

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»  
Кафедра «Физика»

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине

### ***Б.1.3.3.1 «Прикладные задачи математической физики»***

направления подготовки

21.03.01 «Нефтегазовое дело»

Профиль 2 «Проектирование, сооружение и эксплуатация нефтегазопроводов  
и газохранилищ»

Квалификация – бакалавр

форма обучения – заочная

курс – 4

семестр – 7

зачетных единиц – 3

всего часов – 108,

в том числе:

установочных лекции – 2

лекции – 4

практические занятия – 10

коллоквиумов - 0

СРС – 92

зачёт – 7 семестр

контрольная работа - 7 семестр

курсовая работа – нет

РГР – нет

курсовой проект – нет

## **1. Цели и задачи дисциплины**

### ***Цели преподавания дисциплины «Прикладные задачи математической физики»:***

1) формирование научного мировоззрения, современного физического и математического мышления, которое включает воспитание в студентах определенной математической культуры, уровень которой должен обеспечить способность самостоятельно приобретать нужные знания из области математической физики путем чтения специальной литературы и использования специально предназначенных информационных источников;

2) приобретение знаний и навыков, позволяющих анализировать естественно научные и технические задачи с математической точки зрения, умение сформулировать производственную задачу на языке дифференциальных уравнений в частных производных или интегральных уравнений;

3) приобретение знаний и навыков решения задач математической физики, умения анализировать и интерпретировать полученные результаты с технической точки зрения.

### ***Задачи изучения дисциплины:***

1) ознакомление с классификацией дифференциальных уравнений в частных производных, типами граничных условий, умение составить краевые задачи и задачи Коши для типичных физических процессов, таких как теплообмен, массообменные, электромагнитные явления, волновые и колебательные процессы;

2) овладение классическими приемами и методами аналитического решения конкретных задач математической физики из различных областей физики и техники;

3) ознакомление и овладение навыками решения дифференциальных уравнений современными численными методами с использованием компьютера и компьютерных программ MATCAD и MAT LAB

## **2. Место дисциплины в структуре ООП ВО**

Для успешного усвоения дисциплины Б.1.3.3.1. « Прикладные задачи математической физики» студент должен обладать базовыми знаниями в таких областях высшей математики, как дифференциальное, интегральное исчисление, математическая статистика, теория обыкновенных дифференциальных уравнений, численные методы физики, а так же все разделы физики (механика, молекулярная физика и термодинамика, электромагнетизм, волновые процессы). Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Прикладные задачи математической физики» позволят студенту использовать аппарат методов математической физики при решении любых технических и естественно научных задач, возникающих при изучении специальных дисциплин.

## **3. Требования к результатам освоения дисциплины**

Курс предназначен для формирования у студентов знаний и навыков в экспериментально-исследовательской деятельности:

Способности использовать физико-математический аппарат для решения расчётно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности **ПК-25**;

Способности выбирать и применять соответствующие методы моделирования физических, химических и технологических процессов **ПК-26**.

### **Студент должен знать:**

- основные типы математических моделей и особенности их применения в различных областях физики;

- существующие программные и технические средства математического моделирования;

- численные методы решения задач и особенности их применения в различных научных дисциплинах и вычислительном эксперименте;

- аналитические методы и особенности их применения.

**Студент должен уметь:**

- выбирать наиболее эффективные пути достижения цели – построения адекватной математической модели исследуемого процесса;
- формулировать физические задачи в виде дифференциальных уравнений в частных производных с условиями однозначности ( граничными и начальными условиями);
- решать задачи наиболее оптимальными для данного случая аналитическими или численными методами
- интерпретировать полученный математический результат с технической точки зрения.

**Студент должен владеть:**

- принципами и методами математического моделирования физических систем;
- аналитическими методами решения дифференциальных уравнений в частных производных;
- численными методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных;

**4. Распределение трудоемкости (час.) дисциплины по темам и видам занятий**

№ модуля	№ недели	№ темы	Наименование темы	Часы/ из них в интерактивной форме				
				Всего	Лекции	Практические занятия	Лабор. работы	СРС
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Установочная лекция.	1	Классификация дифференциальных уравнений в частных производных с математической и физической точки зрения.	12	2			10
1	1	1	Условия однозначности и краевые задачи. Построение дифференциальных уравнений конвективной диффузии и волнового уравнения	24	2/2	2		20
2	2	2	Метод разделения переменных в уравнениях стационарной и нестационарной теплопроводности с источниками	24	2/2	2/2		20
3	3	3	Метод преобразования Лапласа при решении нестационарных уравнений диффузии.	24		4/2		20
4	4	4	Интегральные преобразования по координате при решении стационарных задач.	24		2/2		22
Всего				108	6/4	10/6		92

### 5. Содержание лекционного курса

№ темы	Всего часов	№ лекции	Тема лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Учебно-методическое обеспечение
1	2	Установочная	Классификация дифференциальных уравнений в частных производных с математической и физической точки зрения.	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
1	2	1	Условия однозначности и краевые задачи. Построение дифференциальных уравнений конвективной диффузии и волнового уравнения	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
2	2	2	Метод разделения переменных в уравнениях стационарной и нестационарной теплопроводности	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]

### 6. Содержание коллоквиумов

Коллоквиумы в данном курсе не предусмотрены учебным планом.

### 7. Перечень практических занятий

№ темы	Всего часов	№ занятия	Наименование практического занятия. Вопросы, отрабатываемые на практическом занятии	Учебно-методическое обеспечение
1	2	1	Гиперболические и параболические задачи, задачи молекулярного переноса.	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
2	2	2	Метод разделения переменных в нестационарных задачах при граничных условиях первого и второго рода	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
3	4	3,4	Преобразование Лапласа при решении дифференциальных уравнений в частных производных	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
4	2	5	Интегральное синус и косинус преобразование с конечными и бесконечными пределами интегрирования	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]

### 8. Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы в данном курсе не предусмотрены учебным планом

### 9. Задания для самостоятельной работы студентов

№ темы	Всего Часов	Вопросы для самостоятельного изучения (задания)	Литература
1	2	3	4
1	6	Модели, построенные на основе вариационных принципов	Раздел 15 Основная [2,3] Дополнит.[6,7,8]
1	6	Основные методы математического моделирования	Раздел 15 Основная [2,3] Дополнит.[6,7,8]
1	6	Принцип суперпозиций. Анализ Фурье и его приме-	Раздел 15

		нение	Основная [2,3] Дополнит.[6,7,8]
1	6	Метод функций Грина при расчёте краевых задач математической физики	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
1	6	Интегральные и интегродифференциальные уравнения математической физики.	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
2	6	Метод разделения переменных в задачах диффузии	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
2	6	Метод разделения переменных в задачах колебаний струны и мембраны	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
2	8	Метод разделения переменных в стационарных задачах переноса	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
3	8	Свойства интегрального преобразования Лапласа, таблицы преобразования Лапласа, применение данного преобразования при решении обыкновенных дифференциальных уравнений	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
3	12	Применение преобразования Лапласа при решении задач нестационарного переноса вещества и энергии	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
4	5	Интегральное синус и косинус преобразование с конечными и бесконечными пределами интегрирования	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
4	5	Прямое и обратное преобразование Фурье и его применение при математическом моделировании	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
4	5	Использование интегральных преобразований по координате при построении интегральных уравнений	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]
4	7	Решение задач расчёта стационарного поля методом интегральных преобразований по координате	Раздел 15 Основная [1,4,5] Дополнит.[9,11]

### Варианты самостоятельной работы

№ темы	Название
1	Исследование неравномерности стационарного электрического поля в электролите
2	Построение и анализ модели нестационарной диффузии молекулярного кислорода, растворённого в водной среде к катоду в условиях режима предельного диффузионного тока
3	Модель нестационарной конвективной диффузии окислителя к поверхности металла
4	Нестационарная диффузия с учётом адсорбции окислителя по линейному закону

5	Определение электропроводности раствора на основе анализа математической модели стационарного электрического поля
6	Определение коэффициента теплоотдачи на основе анализа модели стационарной теплопроводности
7	Исследование нестационарной теплопроводности металлического стержня при постоянной температуре на его концах
8	Модель стационарной теплопроводности в стержне в условиях конвективного теплообмена
9	Анализ распределения потенциала на границе металл-раствор на основе использования модели двумерного стационарного поля при линейной поляризации на границе
10	Решение одномерного волнового уравнения с граничными условиями первого рода
11	Поперечные колебания струны за счёт действия постоянных сил на её концах
12	Поперечные колебания стержня при упругом закреплении его концов
13	Анализ распределения потенциала на границе металл-раствор при нелинейной зависимости потенциала от плотности в приэлектродном слое
14	Расчёт электрического поля в электрохимической системе щель- плоская поверхность
15	Исследование стационарной теплопроводности бесконечной пластины в условиях конвективного теплообмена

## **10. Контрольная работа**

**Варианты контрольной работы выдаются лично студенту  
во время установочной лекции**

### **ПРИМЕР**

#### **варианта контрольной работы**

#### **1. Дифференциальное уравнение теплопроводности**

- 1.1. Вывести дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности для тонкого стержня конечной длины на основе закона сохранения вещества и закона теплопроводности Фурье.
- 1.2. Решить данное дифференциальное уравнение методом разделения переменных, если на одном конце стержня поддерживается постоянное ненулевое значение температуры, другой его конец теплоизолирован, а температура вдоль всего стержня в начальный момент постоянна.
- 1.3. Решить данное дифференциальное уравнение методом разделения переменных, если на одном конце стержня поддерживается нулевая температура, а второй конец находится в состоянии теплообмена с окружающей средой по линейному закону.
- 1.4. Решить данное дифференциальное уравнение методом интегрального преобразования Лапласа, если начальная температура вдоль всего стержня равна нулю, через левый конец поступает постоянный тепловой поток, а правый конец имеет постоянную нулевую температуру.

#### **2. Волновое дифференциальное уравнение.**

- 2.1. Вывести уравнение продольных колебаний в упругом стержне.
- 2.2. Решить данное уравнение методом интегрального преобразования Лапласа для полуграниченного стержня, если на левом его конце действует источник продольных гармонических колебаний, начальное смещение от положения равновесия и начальная скорость смещения равны нулю вдоль всего стержня.
- 2.3. Задачу пункта 2.2 решить используя интегральное косинус-преобразование по координате.

### 3 Интегральные преобразования

- 3.1. В тонком полубесконечном стержне происходит нестационарный нагрев за счёт теплопроводности. В начальный момент температура равна нулю вдоль всего стержня. С левого конца стержень начали нагревать так, что на этом конце поддерживается постоянная температура равная  $T_1$ . Применить преобразование Лапласа по времени и найти изображение температуры, как функцию координаты
- 3.2. В тонком полубесконечном стержне происходит нестационарный теплообмен за счёт теплопроводности. В начальный момент температура постоянна и равна  $T_1$  вдоль всего стержня. С левого конца стержень начали охлаждать так, что на этом конце поддерживается постоянная температура равная нулю. Применить преобразование Лапласа по времени и найти изображение температуры, как функцию координаты
- 3.3. По полубесконечной трубе очень малого сечения протекает вода со скоростью  $V$ . В начальный момент концентрация примеси равна нулю по всей трубе. На левом конце начал действовать источник, выпускающий в трубу примесь так, что её концентрация на этом конце поддерживается постоянной и равной  $C_1$  в любой момент времени. Перенос примеси осуществляется только конвекцией. Применяя преобразование Лапласа по времени, найти изображение концентрации примеси, как функцию координаты
- 3.4. По полубесконечной трубе очень малого сечения протекает вода со скоростью  $V$ . На левом конце действует источник, выпускающий в трубу некоторую примесь так, что её концентрация поддерживается на этом конце постоянной и равной  $C_1$  в любой момент времени. В начальный момент концентрация примеси была постоянной и равнялась величине  $C_2$  по всей трубе. Перенос примеси осуществляется только конвекцией. Применяя преобразование Лапласа по времени, найти изображение концентрации примеси, как функцию координаты
- 3.5. На конце полубесконечного упругого стержня расположен источник продольных колебаний, действующий по закону  $f(0,t) = g(t)$ , где  $g(t)$  - известная функция времени. Волновой процесс распространяется только вдоль координаты  $x$ . В начальный момент времени все точки стержня имели нулевое продольное смещение от положения равновесия по всему стержню. Скорости продольного смещения в начальный момент времени также равнялась нулю во всех точках стержня. Применить преобразование Лапласа по времени и найти изображение продольного смещения, как функцию координаты. В решении константа интегрирования должна быть выражена через интеграл преобразования Лапласа.
- 3.6. Струна длиной  $l$  совершает поперечные колебания. Оба конца струны жёстко закреплены так, что точки  $x = 0$  и  $x = l$  не отклоняются от положения равновесия. В начальный момент времени смещение от положения равновесия описывалось формулой  $f(x,0) = g(x)$ , где  $g(x)$  - известная функция координаты. Скорость распространения поперечных смещений в начальный момент времени была равна нулю во всех точках струны. Применить соответствующее интегральное преобразование по координате и найти изображение от поперечного смещения струны, как функцию времени. В решении константа интегрирования должна быть выражена через интеграл выбранного преобразования интегрального преобразования
- 3.7. Полубесконечная труба очень малого сечения заполнена неподвижной жидкостью, в которой растворена некоторая примесь. Примесь распространяется вдоль трубы только за счёт диффузии. В начальный момент концентрация примеси была постоянной вдоль всей трубы и равнялась  $C_1$ . На конце трубы начало действовать устройство, поглощающее примесь так, что концентрации примеси на этом конце стала нулевой независимо от времени. Применить соответствующее интегральное

преобразование по координате и найти изображение концентрации, как функцию времени.

- 3.8. В полубесконечной пластине с координатами  $0 < x < l$  и  $0 < y < \infty$ , установилось стационарное распределение температуры. На границах  $x = 0$  и  $x = l$  производные от температуры по координате  $x$  равны нулю (теплоизоляция). На границе  $y = 0$  температура постоянная, равная  $T_1$ . Применить соответствующее интегральное преобразование по координате  $x$  и найти изображение от температуры, как функцию координаты  $y$ . В решении константа интегрирования должна быть выражена через интеграл выбранного преобразования интегрального преобразования.

### 11. Курсовой проект

Курсовой проект учебным планом не предусмотрен

### 12. Курсовая работа

Курсовая работа учебным планом не предусмотрена

### 13. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Изучение дисциплины направлено на формирование профессиональных компетенции **ПК-25; ПК-26**

Под профессиональной компетенцией **ПК-25** понимается «Способности использовать физико-математический аппарат для решения расчётно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности».

Карта компетенции **ПК-25**: Способности использовать физико-математический аппарат для решения расчётно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности

Наименование дисциплины и код	Части компонентов	Технологии формирования	Средства и технологии оценки
ПК-25 Б.1.3.3.1 «Прикладные задачи математической физики»	<b>Знает:</b> типы математических моделей и особенности их применения в различных областях техники и естественных наук; правила формулирования обратных задач математической физики, в частности задач параметрической идентификации; типы дифференциальных и интегральных уравнений; виды краевых задач; аналитические методы решения линейных задач математической физики; способы решения краевых задач с нелинейностью в уравнении или условии однозначности; три условия корректности математического моделирования и правила проведения вычислительного эксперимента	Лекции, Практические занятия, СРС	Тестирование. Самостоятельные и контрольные работы. Зачёт
	<b>Умеет:</b> выбирать наиболее эффективные пути достижения цели – построения адекватной математической модели исследуемого процесса;	Лекции, Практические занятия,	Тестирование. Самостоятельные и контрольные



	<p>формулировать физические задачи в виде дифференциальных уравнений в частных производных с условиями однозначности (граничными и начальными условиями) и в виде интегральных уравнений; решать задачи наиболее оптимальными для данного случая аналитическими или численными методами; комбинировать несколько стандартных методов решения и дорабатывать их с учётом особенностей конкретной задачи; интерпретировать полученный математический результат с технической точки зрения; ставить и решать обратные задачи математической физики, в частности задачи параметрической идентификации и оптимального управления.</p>	СРС	работы. Зачёт
	<p><b>Владеет:</b> принципами и методами математического моделирования физических систем; методами построения дифференциальных уравнений и условий однозначности, аналитическими методами решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных и краевых задач с нелинейностью в уравнении или условии однозначности; численными методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных; методами проведения вычислительного эксперимента на основе построения и решения обыкновенного дифференциального уравнения, системы обыкновенных дифференциальных уравнений, краевых задач и задач Коши, интегральных уравнений</p>	Лекции, Практические занятия, СРС	Тестирование. Самостоятельные и контрольные работы. Зачёт

Уровни освоения компетенции ПК-25  
Наименование компетенции

Индекс ПК-25	Способности использовать физико-математический аппарат для решения расчётно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности
--------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Б.1.3.3.1 «Прикладные задачи математической физики»

Ступени уровней освоения компетенций	Отличительные признаки
Пороговый (удовлетворительный)	<p><b>Знает:</b> основные типовые краевые задачи математической физики; правила построения стандартных краевых задач; основные аналитические методы решения уравнений в частных производных; стандартные численные методы решения краевых задач</p> <p><b>Умеет:</b> составить стандартное дифференциальное уравнение, решать поставленную задачу классическими аналити-</p>

	<p>ческими методами (разделение переменных, интегральные преобразования по времени и координате, метод функций Грина) и стандартными численными методами.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками построения стандартных дифференциальных уравнений и решения таких уравнений стандартными методами</p>
Продвинутый (хорошо)	<p><b>Знает:</b> способы построения дифференциальных уравнений с конвективным членом, с источниками, с неоднородными условиями однозначности; методы решения таких уравнений, методы решения интегральных уравнений.</p> <p><b>Умеет:</b> анализировать и описывать технические и естественнонаучные процессы и системы с математической точки зрения; составлять нестандартные краевые задачи и интегральные уравнения; комбинировать два или более стандартных метода математической физики для достижения поставленной цели; преобразовывать нестандартные уравнения в стандартные, задачи с неоднородными граничными условиями к однородным условиям.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками построения дифференциальных уравнений с конвективным членом и с источниками, решения таких уравнений; навыками переводить дифференциальное уравнение в интегральное и решать интегральные уравнения; способами решения задач с неоднородными граничными условиями, зависящими от времени, и начальными условиями, зависящими от координаты.</p>
Высокий (отлично)	<p><b>Знает:</b> способы решения краевых задач с нелинейностью в уравнении или условии однозначности; три условия корректности математического моделирования и правила проведения вычислительного эксперимента</p> <p><b>Умеет:</b> разрабатывать теоретические модели исследуемых систем; составлять и решать нелинейные дифференциальные и интегральные уравнения с нелинейными граничными условиями, ставить и решать обратные задачи математической физики, в частности задачи параметрической идентификации и оптимального управления</p> <p><b>Владеет:</b> навыками проведения научного исследования на основе построения нелинейной математической модели и вычислительного эксперимента, навыками ставить и решать задачи определения параметров дифференциальных уравнений и параметров условий однозначности</p>

Под **профессиональной компетенцией ПК-26** понимается «Способности выбирать и применять соответствующие методы моделирования физических, химических и технологических процессов».

Карта компетенции **ПК-26:** Способности выбирать и применять соответствующие методы моделирования физических, химических и технологических процессов

Наименование дисциплины и код	Части компонентов	Технологии формирования	Средства и технологии оценки
ПК-26  Б.1.3.3.1 «Прикладные задачи математической физики»	<b>Знает:</b> математические модели процессов переноса энергии, вещества и импульса, математические модели стационарных процессов и волновых процессов, особенности их применения в различных областях техники и естественных наук; правила формулирования обратных задач математической физики, в частности задач параметрической идентификации при определении параметров физико-, химических и технологических процессов; виды краевых задач; аналитические методы решения линейных и нелинейных математических задач в физике, химии и технологии; особенности их применения в различных научных дисциплинах и вычислительном эксперименте;	Лекции, Практические занятия, СРС	Тестирование. Самостоятельные и контрольные работы. Зачёт
	<b>Умеет:</b> выбирать наиболее эффективные пути достижения цели – построения адекватной математической модели исследуемого процесса; формулировать физические и технологические задачи в виде дифференциальных уравнений в частных производных с условиями однозначности (граничными и начальными условиями) и в виде интегральных уравнений; решать задачи наиболее оптимальными для данного случая аналитическими или численными методами; комбинировать несколько стандартных методов решения и дорабатывать их с учётом особенностей конкретной задачи; интерпретировать полученный математический результат с технической точки зрения ставить и решать обратные задачи математической физики, в частности задачи параметрической идентификации и оптимального управления.	Лекции, Практические занятия, СРС	Тестирование. Самостоятельные и контрольные работы. Зачёт
	<b>Владеет:</b> принципами и методами математического моделирования физических систем; методами построения дифференциальных уравнений и условий однозначности, аналитическими методами решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных и краевых задач с нелинейностью в уравнении или условии однозначности; численными методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных; методами проведения вычислительного эксперимента на основе построения и решения	Лекции, Практические занятия, СРС	Тестирование. Самостоятельные и контрольные работы. Зачёт

	обыкновенного дифференциального уравнения, системы обыкновенных дифференциальных уравнений, краевых задач и задач Коши, интегральных уравнений		
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

Уровни освоения компетенции ПК-26  
Наименование компетенции

Индекс ПК-26	Способности выбирать и применять соответствующие методы моделирования физических, химических и технологических процессов
-----------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Б.1.3.3.1 «Прикладные задачи математической физики»

Ступени уровней освоения компетенций	Отличительные признаки
Пороговый (удовлетворительный)	<p><b>Знает:</b> основные типовые краевые задачи математической физики; правила построения стандартных краевых задач; основные аналитические методы решения уравнений в частных производных; стандартные численные методы решения краевых задач</p> <p><b>Умеет:</b> составить стандартное дифференциальное уравнение, решать поставленную задачу классическими аналитическими методами (разделение переменных, интегральные преобразования по времени и координате, метод функций Грина) и стандартными численными методами.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками построения стандартных дифференциальных уравнений и решения таких уравнений стандартными методами</p>
Продвинутый (хорошо)	<p><b>Знает:</b> способы построения дифференциальных уравнений с конвективным членом, с источниками, с неоднородными условиями однозначности; методы решения таких уравнений, методы решения интегральных уравнений.</p> <p><b>Умеет:</b> анализировать и описывать сложные процессы и системы; составлять нестандартные краевые задачи и интегральные уравнения; комбинировать два или более стандартных метода математической физики для достижения поставленной цели; преобразовывать нестандартные уравнения в стандартные, задачи с неоднородными граничными условиями к однородным условиям.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками построения дифференциальных уравнений с конвективными членами, с источниками, и решения таких уравнений; навыками переводить дифференциальное уравнение в интегральное и решать интегральные уравнения; способами решения задач с неоднородными граничными условиями, зависящими от времени, и начальными условиями, зависящими от координаты.</p>
Высокий (отлично)	<p><b>Знает:</b> способы решения краевых задач с нелинейностью в уравнении или условии однозначности; три условия корректности математического моделирования и правила проведения вычислительного эксперимента</p>

	<p><b>Умеет:</b> разрабатывать теоретические модели исследуемых систем; составлять и решать нелинейные дифференциальные и интегральные уравнения с нелинейными граничными условиями; ставить и решать обратные задачи математической физики, в частности задачи параметрической идентификации и оптимального управления.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками проведения научного исследования на основе построения нелинейной математической модели и вычислительного эксперимента</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Успешное освоение компетенций достигается путем выполнения СРС (20%), приобретения навыков и знаний на лекционных занятиях (30%), практических занятиях (30%) и при подготовке и сдаче зачёта (20%).

### Вопросы для зачета

1 Основные понятия математического моделирования. Классификация математических моделей и методы их расчёта. Иерархия моделей
2 Применение аналогий при построении моделей. Иерархический подход к получению моделей. Нелинейность математических моделей
3 Получение моделей из фундаментальных законов природы
4 Универсальность математических моделей. Некоторые модели простейших нелинейных объектов
5. Закон сохранения массы при построении математических моделей
6 Построение математических моделей на основе закона сохранения энергии
7 Сохранение числа частиц при построении моделей
8 Дифференциальные уравнения в частных производных, граничные и начальные условия. Типы краевых задач
9 Математические модели на основе построения дифференциальных уравнений эллиптического типа
10 Математические модели на основе построения дифференциальных уравнений параболического типа
11 Моделирование волновых процессов. Дифференциальные уравнения гиперболического типа
12 Интегральные и интегродифференциальные уравнения математической физики
13 Метод разделения переменных при решении краевых задач
14 Метод интегральных преобразований по координате при решении краевых задач
15 Интегральные преобразования Лапласа при исследовании моделей нестационарных процессов
16 Решение краевых задач с нелинейностью в дифференциальном уравнении
17 Решение краевых задач с нелинейностью в граничном условии
18 Обзор численных методов расчёта математических моделей
19 Основные методы математического моделирования в оптике
20 Принцип суперпозиций. Анализ Фурье и его применение в оптике
21 Метод функций Грина при расчёте краевых задач математической физики
22 Математические модели на основе построения дифференциальных уравнений параболического типа
23 Математические модели на основе построения дифференциальных уравнений эллиптического типа

24. Построение и анализ модели нестационарной диффузии молекулярного кислорода, растворённого в водном среде к катоду в условиях режима предельного диффузионного тока
25. Модель нестационарной конвективной диффузии окислителя к поверхности металла
26. Нестационарная диффузия с учётом адсорбции окислителя по линейному закону
28. Определение электропроводности раствора на основе анализа математической модели стационарного электрического поля
29. Определение коэффициента теплоотдачи на основе анализа модели стационарной теплопроводности
30. Исследование нестационарной теплопроводности металлического стержня при постоянной температуре на его концах
31. Модель стационарной теплопроводности в стержне в условиях конвективного теплообмена
32. Анализ распределения потенциала на границе металл-раствор на основе использования модели двумерного стационарного поля при линейной поляризации на границе
33. Решение одномерного волнового уравнения с граничными условиями первого рода
34. Поперечные колебания струны за счёт действия постоянных сил на её концах
35. Поперечные колебания стержня при упругом закреплении его концов

**Вопросы на экзамен**  
**Экзамен учебным планом не предусмотрен**

**Тестовые задания по дисциплине**

В программной оболочке AST СГТУ разработаны тестовые задания по различным разделам теории математического моделирования, численным методам расчёта математических моделей, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнениям математической физики, которые используются для закрепления студентами пройденного материала.

Тесты

1. Уравнение в частных производных  $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t)$  описывает...
  - 1) свободные колебания струны
  - 2) вынужденные колебания струны
  - 3) колебания струны в среде с сопротивлением
  - 4) распространение тепла в стержне с источниками
2. Уравнение в частных производных  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  описывает...
  - 1) распространение тепла в стержне
  - 2) свободные колебания струны
  - 3) вынужденные колебания струны
  - 4) распределение потенциала в длинной линии
3. Уравнение в частных производных  $u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t)$  описывает...
  - 1) свободные колебания струны
  - 2) вынужденные колебания струны
  - 3) колебания струны в среде с сопротивлением
  - 4) распространение тепла в стержне с источниками тепла
4. Уравнение в частных производных  $u_t = a^2 u_{xx}$  описывает...
  - 1) распространение тепла в стержне
  - 2) колебания бесконечной струны
  - 3) колебания конечной струны
  - 4) свободные колебания струны

5. Выберите все верные варианты  
*При выводе уравнения малых поперечных колебаний струны используются гипотезы ...*
- 1) колебания струны - малые
  - 2) струна абсолютно жесткая
  - 3) материал струны неупругий
  - 4) силы трения отсутствуют
6. *Одномерное волновое уравнение имеет вид*
- 1)  $u_{tt} = a^2 \Delta u$
  - 2)  $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$
  - 3)  $u_t = a^2 u_{xx}$
  - 4)  $u_{xx} = a^2 u_{tt}$
7. *Начальные условия для уравнения колебаний струны*
- 1)  $u(0,t) = f(x), u_x(0,t) = F(x)$
  - 2)  $u(x,0) = f(x), u_t(x,0) = F(x)$
  - 3)  $u(0,t) = f(t), u_x(0,t) = F(t)$
  - 4)  $u(x,0) = f(x), u_x(x,0) = F(x)$
8. *Решение задачи колебаний бесконечной струны с начальным отклонением  $f(x)$  и нулевой начальной скоростью...*
- 1)  $u(x,t) = \frac{f(x+at) + f(x-at)}{2}$
  - 2)  $u(x,t) = \frac{f(t+ax) + f(t-ax)}{2}$
  - 3)  $u(x,t) = \frac{f(t+ax) - f(t-ax)}{2}$
  - 4)  $u(x,t) = \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} f(z) dz$
9. *При решении волнового уравнения по методу Фурье, чтобы удовлетворить граничным условиям*
- 1) раскладывают решение в ряд по собственным функциям
  - 2) находят коэффициенты ряда, используя ортогональность собственных функций
  - 3) представляют решение уравнения в форме произведения двух функций
  - 4) решают задачу Штурма-Лиувилля
10. *Уравнение линейной теплопроводности имеет вид*
- 1)  $u_{tt} = a^2 \Delta u$
  - 2)  $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$
  - 3)  $u_t = a^2 u_{xx}$
  - 4)  $u_x = a^2 u_{tt}$
11. *Начальное условие для уравнения теплопроводности*
- 1)  $u(x,0) = f(x), u_x(x,0) = F(x)$
  - 2)  $u(x,0) = f(x)$
  - 3)  $u(0,t) = f(t)$
  - 4)  $u_x(x,0) = f(x)$
12. *Задача теплопроводности в бесконечном стержне решается по методу*
- 1) Даламбера
  - 2) Лапласа
  - 3) Пуассона
  - 4) Фурье
13. *Уравнение теплопроводности для стержня имеет вид:*
- 1)  $u_{tt} + a^2 u_{xx} = 0$
  - 2)  $u_{tt} = a^2 u_x$
  - 3)  $u_t = a^2 u_{xx}$
  - 4)  $u_{yy} = a^2 u_{xx}$
14. *Для уравнения эллиптического типа интегралы уравнения . . . имеют вид  $\varphi(x, y) \pm i\psi(x, y) = C_{1,2}$ , где  $\varphi(x, y)$  и  $i\psi(x, y)$  – вещественные функции.*
15. *Уравнение  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = F(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y})$  называется . . . уравнением эллиптического типа.*
16. *Уравнение в частных производных  $u_{xx} + u_{xy} + u_{yy} + 2u_x + 4u = 0$  относится к уравнениям ... типа*

17. Уравнение в частных производных  $3u_{xx} - 4u_{xy} + u_x + u_y + 5 = 0$  относится к уравнениям ... типа

18. Уравнение в частных производных  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 4u = 0$  относится к уравнениям ... типа

19. Уравнение в частных производных  $a^2u_{xx} - b^2u_{yy} = f(x, y, u, u_x, u_y)$  относится к уравнениям ... типа

20. Уравнение в частных производных  $a^2u_{xx} + b^2u_{yy} = f(x, y, u, u_x, u_y)$  относится к уравнениям ... типа

21. Найти решение уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  методом Даламбера

$$u(x, 0) = x^2, \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{при } x=1, \quad t=1.$$

1) 1      2) 2      3) 3      4) 4      5) 5      6) 6      7) 7      8) 8

22. Собственные функции  $X_n(x)$  задачи Штурма – Лиувилля

$$X'' + \lambda^2 X = 0, \quad X(0) = 0, \quad X(L) = 0 \quad \text{равны...}$$

1)  $X_n(x) = \cos \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$       2)  $X_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

3)  $X_n(x) = \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$       4)  $X_n(x) = \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

1. Найти резольвенту и решить интегральное уравнение

$$u(x) = 1 + x^2 + \int_0^x \frac{1+x^2}{1+y^2} u(y) dy.$$

2. Решить интегральное уравнение

$$u(x) = \lambda \int_0^\pi \cos^2(x-y) u(y) dy + 1 + \cos 4x.$$

3. Найти итерированное ядро  $K_2(x, y)$  для уравнения Фредгольма с  $K(x, y) = \exp(|x| + y)$  и  $a = -1, b = 1$ .

4. Найти все характеристические числа и соответствующие собственные функции интегрального уравнения

$$u(x) = \lambda \int_0^\pi [\sin x \sin 4y + \sin 2x \sin 3y + \sin 3x \sin 2y + \sin 4x \sin y] u(y) dy.$$

5. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение

$$u(x) = \cos x + \int_0^x u(y) dy.$$

6. Решить интегральные уравнения методом конечных сумм, либо методом моментов. В методе моментов использовать функции  $\varphi_k(x) = x^k, k = 0, 1, 2, \dots, n$ .

$$u(x) - 4 \int_0^1 \sin^2(xy^2) u(y) dy = 2x - \pi.$$



#### 14. Образовательные технологии

Предусмотрено использование в учебном процессе отдельных видов активных и интерактивных форм и методов проведения занятий, учитывающих специфику изучения дисциплины математического и естественнонаучного цикла:

- чтение лекций с использованием *мультимедийных технологий*;
- занятия «*Активная лекция*» (использование стратегии «Бортовой журнал») и «*Продвинутая лекция*» (дискуссионная форма проведения лекции по частным вопросам современной физики);
- *кейстехнология* (технология дистанционного обучения), т.е. дистанционное повышение уровня освоения студентами предмета с помощью учебно-методических комплексов, размещенных в ИОС СГТУ;
- *портфолио* (оценка собственных достижений студентов) – результаты участия в различного уровня олимпиадах по физике и учебно-научных конференциях, результаты выполнения индивидуальных заданий, предусмотренных преподавателем и др.;
- *модульно-рейтинговая система* оценки успеваемости студентов в процессе изучения предмета в течение семестра;
- *технология тестового контроля знаний и умений* (предусматривает проведение входного и выходного контроля при изучении предмета);
- *метод развивающейся кооперации* - групповое решение практических комплексных задач (т.е. учитывающих знание учебного материала из различных дидактических единиц предмета) с распределением по отдельным студентам решения подзадач.

Тема занятия	Вид занятия	Часы/ Из них в интерактивной форме	Интерактивная форма
Условия однозначности и краевые задачи. Построение дифференциальных уравнений конвективной диффузии и волнового уравнения	лекция	2/2	интерактивная лекция-презентация с элементами дискуссии
Метод разделения переменных в уравнениях стационарной и нестационарной теплопроводности с источниками	лекция	2/2	интерактивная лекция-презентация с элементами дискуссии
Метод разделения переменных в нестационарных задачах при граничных условиях первого и второго рода	практика	4/2	интерактивная презентация с элементами дискуссии
Преобразование Лапласа при решении дифференциальных уравнений в частных производных	практика	2/2	интерактивная презентация с элементами дискуссии
Интегральное синус и косинус преобразование с конечными и бесконечными пределами интегрирования	практика	2/2	интерактивная презентация с элементами дискуссии

#### 15. Перечень учебно-методического обеспечения для обучающихся по дисциплине

##### 15.1. Список основной литературы по дисциплине

1. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс]/ Ибрагимов

- Н.Х.— Электронне. текстовые данные—М.:ФИЗМАТЛИТ, 2015.— 332 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24600.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
2. Саталкина Л.В. Математическое моделирование [Электронный ресурс]: задачи и методы механики. Учебное пособие/ Саталкина Л.В., Пеньков В.Б.— Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014.— 97 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22880.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
  3. Аверченков В.И. Основы математического моделирования технических систем [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аверченков В.И., Федоров В.П., Хейфец М.Л.— Электрон. текстовые данные.— Брянск: Брянский государственный технический университет, 2017.— 271 с.— Режим доступа:— ЭБС «IPRbooks», по паролю <http://www.iprbookshop.ru/7003.html>
  4. Щербакова Ю.В. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Щербакова Ю.В., Миханьков М.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2016.— 159 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6352.html> .— ЭБС «IPRbooks», по паролю
  5. Дорохова М.А. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Дорохова М.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2014.— 127 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8206.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю

## 15.2. Список дополнительной литературы по дисциплине

6. Гордин В.А. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гордин В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.— 736 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12882.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
7. Салимов Р.Б. Математика для инженеров и технологов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Салимов Р.Б.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.— 484 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12917.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
8. Маликов Р.Ф. Основы математического моделирования [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Маликов Р.Ф.— Электрон. текстовые данные.— М.: Горячая линия - Телеком, 2012.— 368 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12015.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
9. Ильин А.М. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ильин А.М.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.— 192 с.— Режим доступа <http://www.iprbookshop.ru/12889.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
10. Колесников А.К. Дисперсионный анализ и его компьютерная реализация [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Колесников А.К., Лебедева И.П.— Электрон. текстовые данные.— Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2011.— 109 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/32036>. ЭБС «IPRbooks», по паролю

11. Карпов В.В. Математическое моделирование и расчет элементов строительных конструкций [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Карпов В.В., Панин А.Н.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.— 176 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/19335.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю
12. Борухов В.Т. Структурные свойства динамических систем и обратные задачи математической физики [Электронный ресурс]: монография/ Борухов В.Т., Гайшун И.В., Тимошпольский В.И.— Электрон. текстовые данные.— Минск: Белорусская наука, 2012.— 174 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12320.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю

### **15.3. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

13. Бушуев А.Ю. Применение функций чувствительности в задачах математического моделирования систем с распределенными параметрами. Часть 1 [Электронный ресурс]: методические указания к курсовому и дипломному проектированию/ Бушуев А.Ю.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2014.— 48 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31171.html> — ЭБС «IPRbooks», по паролю

### **15.4. Периодические издания**

14. Журнал вычислительной математики и математической физики: РАН.- М.: Наука, 1961, (1990-2018 г) . В фонде НТБ СГТУ
15. Теоретическая и математическая физика: РАН.- М.: Наука, 1961, (1990-2018 г) . В фонде НТБ СГТУ
16. Успехи физических наук : РАН. – М.: ред. журн. "Успехи физических наук",.. – № 1-12. ISSN 0042-1294. Электронный ресурс: <http://ufn.ru/>. Режим доступа – свободный на территории РФ. (1990-2019 г) В фонде НТБ СГТУ
17. Журнал технической физики : РАН. - СПб. : Наука,. - № 1-12. - ISSN 0044-4642. Электронный ресурс: <http://journals.ioffe.ru/jtf/#EVersion>. Режим доступа – свободный на территории РФ. (1990-2017 г) В фонде НТБ СГТУ

### **15.5. Интернет ресурсы :**

18. Общероссийский математический портал - <http://mathnet.ru>
19. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ - <http://lib.mexmat.ru>
20. Научная электронная библиотека - <http://elibrary.ru>
21. Библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук - <http://benran.ru>
22. Естественно-научный образовательный портал - <http://en.edu.ru>
23. Единое окно доступа к образовательным ресурсам - <http://window.edu.ru>
24. Электронная энциклопедия «Кирилл и Мефодий» - <http://mega.km.ru/>
25. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>

### **15.6. Источники ИОС**

<https://portal.sstu.ru/Fakult/FES/GIG/Lists/List/AllItems.aspx>

[https://portal.sstu.ru/Fakult/FES/GIG/nfgdb\\_b2311/default.aspx?PageView=Shared](https://portal.sstu.ru/Fakult/FES/GIG/nfgdb_b2311/default.aspx?PageView=Shared)

[https://portal.sstu.ru/Fakult/FES/GIG/nfgdb\\_b211\\_1/default.aspx](https://portal.sstu.ru/Fakult/FES/GIG/nfgdb_b211_1/default.aspx)

[https://portal.sstu.ru/Fakult/FTF/PM/saup\\_b2211/default.aspx](https://portal.sstu.ru/Fakult/FTF/PM/saup_b2211/default.aspx)

[https://portal.sstu.ru/Fakult/FTF/PM/saup\\_b2212/default.aspx](https://portal.sstu.ru/Fakult/FTF/PM/saup_b2212/default.aspx)

[https://portal.sstu.ru/Fakult/FTF/PM/saup\\_b2222/default.aspx](https://portal.sstu.ru/Fakult/FTF/PM/saup_b2222/default.aspx)

### **16. Маримально-техническое обеспечение дисциплины.**

Нормативы площадей: общая площадь аудитории со стандартным мультимедийным оснащением не менее 105 кв.м для ведения лекционных занятий, не менее 35 кв.м. – для ведения практических занятий.

Для самостоятельных и лабораторных работ студентов используется аудитория Физико-технического факультета с 20 компьютерами и мультимедийным проектором.

#### **Информационное и учебно-методическое обеспечение**

Электронно-библиотечная система, электронная библиотека вуза и электронная информационно-образовательная среда; лицензионное программное обеспечение (Windows, MS Word 2010, MS Excel 2010, MS PowerPoint 2010, Adobe Reader, MathCad, MatLab, Turbo Delphi

Предусмотрено сопровождение лекционного курса мультимедийными презентациями, подготовленными в среде Microsoft Office PowerPoint, а также расчёты при помощи компьютерных программ МАТКАД и МАТЛАБ в компьютерном классе