

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Прикладная математика и системный анализ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине

С.1.1.7 Алгебра и геометрия

по специальности

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем»
специализация №9 "Создание автоматизированных систем в защищенном
исполнении"

Квалификация – специалист по защите информации

форма обучения – очная

курс – 1

семестр – 1

зачетных единиц – 9

часов в неделю – 9

всего часов – 324,

в том числе:

лекции – 64

коллоквиумы – нет

практические занятия – 80

лабораторные занятия – нет

самостоятельная работа – 180

зачет – 1 семестр

экзамен – 1 семестр

РГР – нет

курсовая работа – нет

курсовой проект – нет

1. Цели и задачи дисциплины

Цель преподавания дисциплины:

Дисциплина «Алгебра и геометрия» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию логического мышления. Целью преподавания дисциплины является: обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики; ознакомление с основами классической и современной алгебры, а также с примыкающими к алгебре разделами теории чисел; обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике; ознакомления с историей развития алгебры и с вкладом российских учёных в развитие современной алгебраической науки.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к базовой части, она имеет разносторонние связи со многими другими математическими и специальными дисциплинами. Дисциплина основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе, а также в нескольких первых темах курса «Математический анализ». При изучении линейных пространств в алгебре широко используются умения и наглядные представления, полученные студентами при изучении прямой и плоскости в аналитической геометрии. При изучении многочленов в алгебре используется доказываемая в теории функций комплексного переменного теорема о корнях многочленов над полем комплексных чисел. С другой стороны, полученные в алгебре и геометрии знания по конечномерным пространствам над произвольными полями служат базой для изучения действительных и комплексных пространств в курсе «Математический анализ». Знания из алгебры и геометрии по теории многочленов, колец и групп широко используются в курсе «Математическая логика и теория алгоритмов» при изучении булевых и многозначных функций. Дисциплина «Алгебра и геометрия» является базовой для изучения всех математических дисциплин.

Задачи изучения дисциплины:

- 1) развитие логического и алгоритмического мышления студентов;
- 2) овладение студентами методами исследования и решения математических задач;
- 3) обучение студентов умению самостоятельно расширять свои математические знания и работать со справочной литературой;
- 4) проводить анализ прикладных задач с математической точки зрения.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина С.1.1.7 «Алгебра и геометрия» является дисциплиной базовой части математического и естественнонаучного цикла ФГОС ВО по направлению подготовки специалистов «Информационная безопасность автоматизированных систем». В процессе ее изучения используются базовые знания студентов, полученные ими в школе. В свою очередь, дисциплина «Алгебра и геометрия» обеспечивает базовый уровень изучения материала дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», дисциплины вариативной части циклов С.1.2, а также все виды практик, научно-исследовательскую работу.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование общепрофессиональной компетенции:

(ОПК-2) способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники.

Студент должен знать:

- основные понятия и задачи векторной алгебры и аналитической геометрии;
- основные свойства алгебраических структур.

Студент должен уметь:

- строить и изучать математические модели конкретных явлений и процессов для решения расчетных исследовательских задач;
- определять возможности применения теоретических положений и методов математических дисциплин для постановки и решения конкретных прикладных задач.

Студент должен владеть:

- навыками использования методов аналитической геометрии и векторной алгебры в смежных дисциплинах;
- методами линейной алгебры.

4. Распределение трудоемкости (час.) дисциплины по темам и видам занятий

№ модуля	№ недели	№ темы	Наименование темы	Часы/ Из них в интерактивной форме					
				всего	лекции	Коллоквиумы	лаб. зан.	пр. зан.	СРС
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 семестр									
1	1	1	Множества, отношения, отображения. Метод математической индукции.	27	4/2	-	-	8/2	15
1	2-3	2	Определители.	20	2	-	-	4	14
1	4	3	Матрицы.	20	4	-	-	4	12
1	5	4	Решение систем линейных алгебраических уравнений.	20	4	-	-	4/2	12
1	6	5	Комплексные числа.	21	2	-	-	4	15
1	7	6	Векторы на плоскости и в пространстве.	20	4	-	-	6	10
1	8-9	7	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.	40	8/2	-	-	10/2	22
1	10	8	Элементы теории чисел.	17	4/2	-	-	4/2	9
1	11	9	Элементы комбинаторики.	17	4/2	-	-	4/2	9
2	12-13	10	Алгебраические структуры.	17	6/2	-	-	6/2	5
2	13	11	Геометрические преобразования плоскости и пространства.	12	2	-	-	2	8
2	14	12	Линейные и евклидово n-мерные пространства.	21	4/2	-	-	6	11
2	15	13	Многочлены.	17	4/2	-	-	4/2	9
2	15-16	14	Линейные операторы в линейных и евклидовых пространствах.	33	8/2	-	-	8/2	17
2	16	15	Линейные, билинейные и квадратичные формы. Унитарные пространства. Линейные операторы в унитарном пространстве.	22	4	-	-	6/2	12
Всего:				324	64		-	80	180

5. Содержание лекционного курса

Всего часов	№ лекции	Тема лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Учебно-методическое обеспечение <i>из раздела 15</i>
1	2	3	4
4	1-2	Множества. Действия над множествами. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества. Счётность множества рациональных чисел, несчётность множества действительных чисел. Эквивалентные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества. Частично упорядоченные множества. Порядковые типы.	1,2,3

		Упорядоченные множества. Трансфинитные числа. Сравнение порядковых чисел. Кольцо множеств. Полукольцо множеств. Алгебра множеств. σ -алгебры. Отношения. Бинарные отношения. Свойства отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, полное отношение, отношение эквивалентности, отношение порядка). Определение графа. Отображения. Виды отображений (сюръективное, инъективное, биективное). Суперпозиция отображений. Ассоциативность композиции отображений. Обратное отображение. Факторизация отображений. Принцип математической индукции. Примеры.	
2	3	Подстановки. Стандартная запись подстановки. Цикловая структура подстановки. Знак подстановки. Действие S_n на функциях. Определитель n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа и её следствие.	2,10
4	4-5	Матрицы. Виды матриц. Теорема об определителе произведения матриц. Обратные матрицы. Теорема об обратимости матрицы. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.	2,4,10
4	6-7	Системы линейных алгебраических уравнений. Совместные и определённые системы m уравнений с n неизвестными. Системы n уравнений с n неизвестными. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Однородная система линейных уравнений, свойства её решений. Фундаментальная система решений. Решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений через фундаментальную систему решений. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Решение системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными матричным способом.	2,10,13
2	8	Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа. Первообразные корни. Условия первообразности корня.	15
4	9-10	Векторы на плоскости и в пространстве. Важнейшие понятия, связанные с понятием вектора. Линейная зависимость векторов. Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов. Преобразование координат вектора плоскости и пространства при переходе от исходного базиса к новому базису. Векторное и смешанное произведения векторов.	2,4,5
2	11	Система координат на плоскости и в пространстве. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Формула преобразования координат точки при переходе в новую систему координат. Различные виды уравнений прямой на аффинной плоскости. Уравнения	2,4,5

		прямой на евклидовой плоскости. Решение задач.	
2	12	Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Параллельность и перпендикулярность плоскостей. Различные виды уравнений прямой линии в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.	1,4,6,7
4	13	Алгебраические линии второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).	1,4,6,7
2	14	Поверхности второго порядка. Поверхность вращения. Цилиндрическая поверхность. Конические поверхности второго порядка. Поверхности, образованные вращением кривых второго порядка. Свойства поверхностей второго порядка. Классификация алгебраических поверхностей второго порядка.	1,4,6,8
4	15-16	Элементы теории чисел. Теория делимости. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Простые числа. Решето Эратосфена. Единственность разложения на простые сомножители. Некоторые числовые функции (целая и дробная части числа, число и сумма делителей натурального числа, функция Эйлера, функция Мёбиуса) Мультипликативные функции. Сравнения и свойства сравнений. Вычеты и системы вычетов. Общее свойство полной и приведённой системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени. Конечные цепные дроби и некоторые их свойства. Решение сравнений первой степени с помощью цепных дробей и теоремы Эйлера. Системы сравнений первой степени.	9
4	17-18	Элементы комбинаторики. Кортежи и декартово произведение множеств. Правило суммы и произведения. Перестановки с повторениями. Размещения. Размещения с повторениями. Сочетания. Сочетания с повторениями. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.	14
6	19-21	Множества с алгебраическими операциями. Бинарные операции. Полугруппы и моноиды. Обобщенная ассоциативность, степени. Обратные элементы. Группы, примеры групп. Циклические группы. Изоморфизм. Простейшие свойства изоморфизма. Гомоморфизм. Ядро гомоморфизма. Эндоморфизм. Теорема о разложении абелевых групп. Кольца, тела и поля. Примеры колец и полей. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизм колец. Мономорфизм. Эпиморфизм. Типы колец. Расширение поля. Характеристика поля. Нормальные расширения. Расширения Галуа. Группа Галуа. Соответствие Галуа. Конечные поля. Строение конечных полей.	10,12
2	22	Геометрические преобразования плоскости и пространства. Определение преобразования множества. Примеры. Композиция (произведение) преобразований. Группа преобразований. Определение движения плоскости или пространства. Аналитическое задание движений ориентированной плоскости. Свойства движений. Частные	10

		виды движений плоскости и пространства. Канонические формулы частных видов движений плоскости и пространства.	
	23-24	Линейное и евклидово n -мерные пространства.	11,12
4	25-26	Многочлены от одного переменного. Действия над многочленами. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Схема Горнера. Решение уравнений второй, третьей и четвёртой степени. Результат и дискриминант многочлена. Кольцо многочленов. Нахождение НОД двух многочленов. Корни многочлена. Кратные корни. Отделение кратных корней многочлена. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел. Условие равенства двух многочленов. Границы корней с действительными коэффициентами. Число действительных корней на интервале. Теорема Штурма. Рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших. Симметрические многочлены от x и y . Элементарные симметрические многочлены от x и y . Степенные суммы. Формула Э. Варинга. Возвратные уравнения. Разложение симметрических многочленов на множители. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Сравнения в кольце полиномов над полем. Кольцо вычетов по полиному. Расширение полей. Конструирование простых расширений. Поле Галуа. Строение конечных полей. Многочлены над конечными полями.	10,12
8	27-30	Линейные операторы в линейных и евклидовых пространствах.	5,11,12
4	31-32	Линейные формы. Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа, Якоби и ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичной формы. Сигнатура. Положительно и отрицательно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра для положительно определённых и отрицательно определённых квадратичных форм. Понятие унитарного пространства.	10,12

6. Содержание коллоквиумов – не предусмотрены учебным планом

7. Перечень практических занятий

1 семестр (80 часов)

№ темы	Всего часов	№ занятия	Тема практического занятия. Вопросы, отрабатываемые на практическом занятии.	Учебно-методическое обеспечение из раздела 15
1	2	3	4	5
1	8	1-4	Множества, отношения, отображения. Метод математической индукции.	1,2,3
2	4	5-6	Определители.	2,10

3	4	7-8	Матрицы.	2,4,10
4	4	9-10	Решение систем линейных алгебраических уравнений.	1,2,3
5	4	11-12	Комплексные числа.	15
6	2	13	Деление отрезка в данном отношении. Сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов.	2,4,5
6	4	14-15	Векторное и смешанное произведения векторов.	2,4,5
7	2	16	Расстояние между двумя точками. Преобразование координат точек. Прямая линия на плоскости.	1,4,6
7	2	17	Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Параллельность и перпендикулярность плоскостей.	1,4,6
7	2	18	Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол и расстояние между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.	1,4,6
7	2	19	Полярная система координат. Окружность, эллипс, гипербола и парабола.	1,3,7,8
8	2	20	Поверхности второго порядка.	1,3,7,8
8	4	21-22	Элементы теории чисел.	9
9	4	23-24	Элементы комбинаторики.	14
10	6	25-27	Алгебраические структуры.	10,13
11	2	28	Геометрические преобразования плоскости и пространства.	10
12	6	29-31	Линейные и евклидово n-мерные пространства.	11,12
13	4	32-33	Многочлены.	10,12
13	8	34-37	Линейные операторы в линейных и евклидовых пространствах.	5,11,12
14	6	38-40	Линейные, билинейные и квадратичные формы. Унитарные пространства. Линейные операторы в унитарном пространстве.	10,12

8. Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

9. Задания для самостоятельной работы студентов

№ темы	Всего часов	Вопросы для самостоятельного изучения (задания)	Учебно-методическое обеспечение из раздела 15
1	2	3	4
1	15	Множества. Действия над множествами. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества. Счётность множества рациональных чисел, несчётность множества действительных чисел. Эквивалентные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества. Частично упорядоченные множества. Порядковые	1,2,3

		<p>типы. Упорядоченные множества. Трансфинитные числа. Сравнение порядковых чисел. Кольцо множеств. Полукольцо множеств. Алгебра множеств. σ-алгебры. Отношения. Бинарные отношения. Свойства отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, полное отношение, отношение эквивалентности, отношение порядка). Определение графа. Отображения. Виды отображений (сюръективное, инъективное, биективное). Суперпозиция отображений. Ассоциативность композиции отображений. Обратное отображение. Факторизация отображений. Принцип математической индукции. Примеры.</p>	
2	14	<p>Подстановки. Стандартная запись подстановки. Цикловая структура подстановки. Знак подстановки. Действие S_n на функциях. Определитель n-го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа и её следствие.</p>	2,10
3	12	<p>Матрицы. Виды матриц. Теорема об определителе произведения матриц. Обратные матрицы. Теорема об обратимости матрицы. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.</p>	2,4,10
4	12	<p>Системы линейных алгебраических уравнений. Совместные и определённые системы m уравнений с n неизвестными. Системы n уравнений с n неизвестными. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Однородная система линейных уравнений, свойства её решений. Фундаментальная система решений. Решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений через фундаментальную систему решений. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Решение системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными матричным способом.</p>	2,10,13
5	15	<p>Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа. Первообразные корни. Условия первообразности корня.</p>	15
6	10	<p>Векторы на плоскости и в пространстве. Важнейшие понятия, связанные с понятием вектора. Линейная зависимость векторов. Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов. Преобразование координат вектора плоскости и пространства при переходе от исходного базиса к новому базису. Векторное и</p>	2,4,5

		смешанное произведения векторов.	
7	5	Система координат на плоскости и в пространстве. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Формула преобразования координат точки при переходе в новую систему координат. Различные виды уравнений прямой на аффинной плоскости. Уравнения прямой на евклидовой плоскости. Решение задач.	2,4,5
7	6	Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Параллельность и перпендикулярность плоскостей. Различные виды уравнений прямой линии в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.	1,4,6,7
7	5	Алгебраические линии второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).	1,4,6,7
7	6	Поверхности второго порядка. Поверхность вращения. Цилиндрическая поверхность. Конические поверхности второго порядка. Поверхности, образованные вращением кривых второго порядка. Свойства поверхностей второго порядка. Классификация алгебраических поверхностей второго порядка.	1,4,6,8
8	9	Элементы теории чисел. Теория делимости. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Простые числа. Решето Эратосфена. Единственность разложения на простые сомножители. Некоторые числовые функции (целая и дробная части числа, число и сумма делителей натурального числа, функция Эйлера, функция Мёбиуса) Мультипликативные функции. Сравнения и свойства сравнений. Вычеты и системы вычетов. Общее свойство полной и приведённой системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени. Конечные цепные дроби и некоторые их свойства. Решение сравнений первой степени с помощью цепных дробей и теоремы Эйлера. Системы сравнений первой степени.	9
9	9	Элементы комбинаторики. Кортжи и декартово произведение множеств. Правило суммы и произведения. Перестановки с повторениями. Размещения. Размещения с повторениями. Сочетания. Сочетания с повторениями. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.	14
10	5	Множества с алгебраическими операциями. Бинарные операции. Полугруппы и моноиды. Обобщенная ассоциативность, степени. Обратные элементы. Группы, примеры групп. Циклические группы. Изоморфизм. Простейшие свойства изоморфизма. Гомоморфизм. Ядро гомоморфизма. Эндоморфизм. Теорема о разложении абелевых	10,12

		<p>групп. Кольца, тела и поля. Примеры колец и полей. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизм колец. Мономорфизм. Эпиморфизм. Типы колец. Расширение поля. Характеристика поля. Нормальные расширения. Расширения Галуа. Группа Галуа. Соответствие Галуа. Конечные поля. Строение конечных полей.</p>	
11	8	<p>Геометрические преобразования плоскости и пространства. Определение преобразования множества. Примеры. Композиция (произведение) преобразований. Группа преобразований. Определение движения плоскости или пространства. Аналитическое задание движений ориентированной плоскости. Свойства движений. Частные виды движений плоскости и пространства. Канонические формулы частных видов движений плоскости и пространства.</p>	10
12	11	<p>Линейное и евклидово n-мерные пространства.</p>	11,12
13	9	<p>Многочлены от одного переменного. Действия над многочленами. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Схема Горнера. Решение уравнений второй, третьей и четвёртой степени. Результат и дискриминант многочлена. Кольцо многочленов. Нахождение НОД двух многочленов. Корни многочлена. Кратные корни. Отделение кратных корней многочлена. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел. Условие равенства двух многочленов. Границы корней с действительными коэффициентами. Число действительных корней на интервале. Теорема Штурма. Рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших. Симметрические многочлены от x и y. Элементарные симметрические многочлены от x и y. Степенные суммы. Формула Э. Варинга. Возвратные уравнения. Разложение симметрических многочленов на множители. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Сравнения в кольце полиномов над полем. Кольцо вычетов по полиному. Расширение полей. Конструирование простых расширений. Поле Галуа. Строение конечных полей. Многочлены над конечными полями.</p>	10,12
14	17	<p>Линейные операторы в линейных и евклидовых пространствах.</p>	5,11,12
15	12	<p>Линейные формы. Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа, Якоби и ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичной формы. Сигнатура. Положительно и отрицательно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра для положительно определённых и</p>	10,12

		отрицательно определённых квадратичных форм. Понятие унитарного пространства.	
--	--	--	--

10. Расчетно-графическая работа

Расчётно-графическая работа не предусмотрена.

11. Курсовая работа

Курсовая работа не предусмотрена.

12. Курсовой проект

Курсовой проект не предусмотрен.

13. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Составляющие компетенции

способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники. (ОПК-2)

Части компонентов	Технологии формирования	Средства и технологии оценки
1	2	3
Знает: основные свойства алгебраических структур и основные понятия аналитической геометрии	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Устный ответ Тесты
Умеет: определять возможности применения теоретических положений и методов математических дисциплин для постановки и решения конкретных прикладных задач	Практические работы с использованием активных и интерактивных приемов обучения. Самостоятельная работа	Устный ответ Тесты,
Владеет: методами линейной, векторной, общей алгебры и аналитической геометрии	Лекции Практические занятия с использованием активных и интерактивных приемов обучения. Самостоятельная работа	Экзамен; зачет

Уровни освоения компетенции

способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники. (ОПК-2)

Ступени уровней освоения компетенции	Отличительные признаки
1	2
Пороговый (удовлетворительный)	Знает: основные понятия математического аппарата дисциплины Умеет: использовать математический аппарат для решения профессиональных задач

	Владет: навыками пользования библиотеками прикладных программ для ЭВМ для решения прикладных задач
Продвинутый (хороший)	Знает: способы применения теории основных понятий математического аппарата Умеет: применить математический аппарат для решения профессиональных задач Владет: навыками пользования библиотеками прикладных программ для ЭВМ для решения прикладных задач
Высокий (отличный)	Знает: способы применения теории основных понятий математического аппарата Умеет: использовать математический аппарат для решения профессиональных задач Владет: навыками пользования библиотеками прикладных программ для ЭВМ для решения профессиональных задач

Профессиональные компетенции, знания, навыки и умения оцениваются в соответствии с требованиями ФГОС подготовки специалиста.

Аттестация по данной дисциплине проводится в два этапа: в форме тестирования и собеседования по результатам тестирования.

Оценку «отлично» студент получает, если в результате тестирования получено не менее 95% верных ответов и при собеседовании ответ на поставленный вопрос по существу правилен и объективно полон;

Оценку «хорошо» - если в результате тестирования получено не менее 75% верных ответов и при собеседовании ответ на поставленный вопрос по существу правилен, но недостаточно полно изложен с несущественными по смыслу ошибками;

Оценку «удовлетворительно» - если в результате тестирования получено не менее 40% верных ответов и при собеседовании ответ на поставленный вопрос в основном правилен, но изложен неполно или с отдельными существенными ошибками;

Оценку «неудовлетворительно» - если в результате тестирования получено менее 40% верных ответов и при собеседовании ответ не раскрывает сущности поставленного вопроса.

Промежуточный контроль по дисциплине проходит в форме зачета в сочетании различных форм (тестирования и собеседования). Успешное освоение компетенций достигается путем выполнения теоретического отчета (50%), решения практического задания (50%).

Вопросы для зачета

1. Множества. Действия над множествами. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества. Счётность множества рациональных чисел, несчётность множества действительных чисел. Эквивалентные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества.
2. Частично упорядоченные множества. Порядковые типы. Упорядоченные множества. Трансфинитные числа. Сравнение порядковых чисел.
3. Кольцо множеств. Полукольцо множеств. Алгебра множеств. σ -алгебры.
4. Отношения. Бинарные отношения. Свойства отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, полное отношение, отношение эквивалентности, отношение порядка). Определение графа.
5. Отображения. Виды отображений (сюръективное, инъективное, биективное). Суперпозиция отображений. Ассоциативность композиции отображений. Обратное отображение. Факторизация отображений.
6. Принцип математической индукции. Примеры.

7. Подстановки. Стандартная запись подстановки. Цикловая структура подстановки. Знак подстановки. Действие S_n на функциях.
8. Элементы комбинаторики. Кортжи и декартово произведение множеств. Правило суммы и произведения. Перестановки с повторениями. Размещения. Размещения с повторениями. Сочетания. Сочетания с повторениями.
9. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
10. Определитель n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа и её следствие.
11. Понятие координатного линейного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Ранг системы векторов и его свойства. Понятие базиса в линейном пространстве. Свойства базиса. Понятие подпространства, его размерность. Условие равенства нулю определителя.
12. Матрицы. Виды матриц. Теорема об определителе произведения матриц. Обратные матрицы. Теорема об обратимости матрицы. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
13. Системы линейных алгебраических уравнений. Совместные и определённые системы m уравнений с n неизвестными. Системы n уравнений с n неизвестными. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Однородная система линейных уравнений, свойства её решений. Фундаментальная система решений. Решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений через фундаментальную систему решений. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Решение системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными матричным способом. Метод регуляризации А.Н. Тихонова для нахождения нормального решения линейной алгебраической системы уравнений.
14. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа. Первообразные корни. Условия первообразности корня.
15. Элементы теории чисел. Теория делимости. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Простые числа. Решето Эратосфена. Единственность разложения на простые сомножители. Некоторые числовые функции. (целая и дробная части числа, число и сумма делителей натурального числа, функция Эйлера, функция Мёбиуса). Мультипликативные функции. Сравнения и свойства сравнений. Вычеты и системы вычетов. Общее свойство полной и приведённой системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени. Конечные цепные дроби и некоторые их свойства. Решение сравнений первой степени с помощью цепных дробей и теоремы Эйлера. Системы сравнений первой степени. Представление иррациональных чисел бесконечными дробями. Квадратические иррациональности и периодические цепные дроби. Теорема Лагранжа.
16. Множества с алгебраическими операциями. Бинарные операции. Полугруппы и моноиды. Обобщенная ассоциативность, степени. Обратные элементы. Группы, примеры групп. Циклические группы. Изоморфизм. Простейшие свойства изоморфизма. Гомоморфизм. Ядро гомоморфизма. Эндоморфизм. Теорема о разложении абелевых групп. Кольца, тела и поля. Примеры колец и полей. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизм колец. Мономорфизм. Эпиморфизм. Типы колец. Расширение поля. Характеристика поля. Нормальное расширения. Расширения Галуа. Группа Галуа. Соответствие Галуа. Конечные поля. Строение конечных полей.
17. Многочлены от одного переменного. Действия над многочленами. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Схема Горнера. Решение уравнений второй, третьей и четвёртой степени. Результант и дискриминант многочлена. Кольцо многочленов. Нахождение НОД двух многочленов. Корни многочлена. Кратные корни. Отделение кратных корней многочлена. Разложение многочлена на

неприводимые множители над полем действительных чисел. Условие равенства двух многочленов. Границы корней с действительными коэффициентами. Число действительных корней на интервале. Теорема Штурма. Рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших. Симметрические многочлены от x и y . Элементарные симметрические многочлены от x и y . Степенные суммы. Формула Э. Варинга. Возвратные уравнения. Разложение симметрических многочленов на множители. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Сравнения в кольце полиномов над полем. Кольцо вычетов по полиному. Расширение полей. Конструирование простых расширений. Поле Галуа. Строение конечных полей. Многочлены над конечными полями.

18. Векторное (линейное) пространство над полем K . Линейные оболочки. Подпространства. Линейная зависимость векторов. Размерность векторного пространства и его базис. Координаты. Изоморфизм пространств. Пересечение и сумма подпространств. Прямые суммы. Фактор пространства. Линейные функции. Двойственное пространство и двойственный базис. Рефлексивность. Критерий линейной независимости.
19. Линейные формы. Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа, Якоби и ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичной формы. Сигнатура. Положительно и отрицательно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра для положительно определённых и отрицательно определённых квадратичных форм.
20. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Основные действия над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Теорема об изоморфизме алгебры операторов квадратичных матриц. Невырожденные линейные отображения. Критерий невырожденности линейного оператора. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора. Характеристическая матрица и характеристический многочлен матрицы. Подобные матрицы, их характеристические многочлены. Характеристический многочлен и характеристические корни линейного оператора. След и норма линейного оператора. Теорема о линейной независимости собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям линейного оператора. Теорема о существовании базиса, состоящего из собственных векторов линейного оператора. Понятие λ -матрицы. Теорема о приведении λ -матриц к каноническому виду. Теорема об эквивалентности двух λ -матриц. Её следствия. Унимодулярные λ -матрицы. Критерий унимодулярности. Второй критерий эквивалентности λ -матриц. Критерий подобия двух числовых матриц. Жорданова матрица. Теорема о приведении квадратной матрицы с помощью эквивалентных преобразований к жордановой форме.
21. Понятие n -мерного евклидова пространства. Ортогональный базис в евклидовом пространстве. Теорема ортогонализации Шмидта системы линейно независимых векторов. Понятие изоморфизма евклидовых пространств. Теорема об изоморфизме двух евклидовых пространств одинаковой размерности.
22. Понятие ортогонального оператора, его свойства. Ортогональная матрица. Понятие самосопряжённого оператора, его свойства. Симметрическая матрица, её свойства. Теорема о существовании ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов самосопряжённого оператора. Теорема о приведении квадратичной формы с помощью ортогонального преобразования к каноническому виду. Норма линейного оператора в евклидовом пространстве.
23. Понятие унитарного пространства. Теорема об изоморфизме двух унитарных пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие сопряжённого, самосопряжённого оператора. Свойства самосопряжённого оператора. Норма оператора. Теорема о норме самосопряжённого оператора. Теорема о существовании

- ортонормированного базиса для самосопряжённого оператора. Спектральное разложение самосопряжённого оператора. Теорема Гамильтона-Кели. Положительные операторы. Корень m -ой степени из положительного самосопряжённого оператора. Квадратичная форма над полем комплексных чисел. Теорема о приведении квадратичной формы к сумме квадратов. Унитарные операторы, их свойства. Нормальные операторы, их свойства. Теорема о существовании ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов нормального оператора.
24. Декартовы координаты на прямой, плоскости и в пространстве.
 25. Понятие направленного отрезка в пространстве. Проекция направленного отрезка на ось. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
 26. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.
 27. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса. Аффинные координаты. Проекция вектора на ось и её свойства. Декартова прямоугольная система координат как частный случай аффинной системы координат.
 28. Определение скалярного произведения. Геометрические свойства скалярного произведения. Алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.
 29. Правые и левые тройки векторов и системы координат. Определение векторного произведения двух векторов. Геометрические свойства векторного произведения. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения в координатах. Смешанное произведение трёх векторов. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Двойное векторное произведение.
 30. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве.
 31. Различные виды прямой на плоскости.
 32. Различные виды уравнения плоскости.
 33. Различные виды прямой линии в пространстве.
 34. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
 35. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям.
 36. Директрисы эллипса, гиперболы и параболы.
 37. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе.
 38. Понятие поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка.
 39. Исследование формы поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям. Эллипсоид. Гиперболоид. Параболоиды. Конус и цилиндры второго порядка.
 40. Поверхности вращения.
 41. Определение преобразования множества. Композиция (произведение) преобразований. Группа преобразований.
 42. Определение движения плоскости или пространства. Аналитическое задание движений ориентированной плоскости. Свойства движений. Частные виды движений плоскости и пространства. Канонические формулы частных видов движений плоскости и пространства.
 43. Инвариантные точки и прямые частных видов движений плоскости и пространства. Классификация движений (перемещений) плоскости. Представление движений плоскости композицией осевых симметрий.
 44. Классификация движений пространства. Группа движений и её подгруппы. Группа симметрий данной фигуры.
 45. Гомотетия плоскости и пространства. Подобие плоскости и пространства. Аффинные преобразования плоскости и пространства.
 46. Векторное и евклидово векторное n -мерное пространства. Аффинное n -мерное точечное пространство A_n . Евклидово n -мерное точечное пространство E_n .

Вопросы для экзамена

1. Множества. Действия над множествами. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества. Счётность множества рациональных чисел, несчётность множества действительных чисел. Эквивалентные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества.
2. Частично упорядоченные множества. Порядковые типы. Упорядоченные множества. Трансфинитные числа. Сравнение порядковых чисел.
3. Кольцо множеств. Полукольцо множеств. Алгебра множеств. σ -алгебры.
4. Отношения. Бинарные отношения. Свойства отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, полное отношение, отношение эквивалентности, отношение порядка). Определение графа.
5. Отображения. Виды отображений (сюръективное, инъективное, биективное). Суперпозиция отображений. Ассоциативность композиции отображений. Обратное отображение. Факторизация отображений.
6. Принцип математической индукции. Примеры.
7. Подстановки. Стандартная запись подстановки. Цикловая структура подстановки. Знак подстановки. Действие S_n на функциях.
8. Элементы комбинаторики. Кортежи и декартово произведение множеств. Правило суммы и произведения. Перестановки с повторениями. Размещения. Размещения с повторениями. Сочетания. Сочетания с повторениями.
9. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
10. Определитель n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа и её следствие.
11. Понятие координатного линейного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Ранг системы векторов и его свойства. Понятие базиса в линейном пространстве. Свойства базиса. Понятие подпространства, его размерность. Условие равенства нулю определителя.
12. Матрицы. Виды матриц. Теорема об определителе произведения матриц. Обратные матрицы. Теорема об обратимости матрицы. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
13. Системы линейных алгебраических уравнений. Совместные и определённые системы m уравнений с n неизвестными. Системы n уравнений с n неизвестными. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Однородная система линейных уравнений, свойства её решений. Фундаментальная система решений. Решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений через фундаментальную систему решений. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Решение системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными матричным способом. Метод регуляризации А.Н. Тихонова для нахождения нормального решения линейной алгебраической системы уравнений.
14. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа. Первообразные корни. Условия первообразности корня.
15. Элементы теории чисел. Теория делимости. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Простые числа. Решето Эратосфена. Единственность разложения на простые сомножители. Некоторые числовые функции (целая и дробная части числа, число и сумма делителей натурального числа, функция Эйлера, функция Мёбиуса). Мультипликативные функции. Сравнения и свойства сравнений. Вычеты и системы вычетов. Общее свойство полной и приведённой системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени. Конечные цепные дроби и некоторые их свойства.

- Решение сравнений первой степени с помощью цепных дробей и теоремы Эйлера. Системы сравнений первой степени. Представление иррациональных чисел бесконечными дробями. Квадратические иррациональности и периодические цепные дроби. Теорема Лагранжа.
16. Множества с алгебраическими операциями. Бинарные операции. Полугруппы и моноиды. Обобщенная ассоциативность, степени. Обратные элементы. Группы, примеры групп. Циклические группы. Изоморфизм. Простейшие свойства изоморфизма. Гомоморфизм. Ядро гомоморфизма. Эндоморфизм. Теорема о разложении абелевых групп. Кольца, тела и поля. Примеры колец и полей. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизм колец. Мономорфизм. Эпиморфизм. Типы колец. Расширение поля. Характеристика поля. Нормальное расширения. Расширения Галуа. Группа Галуа. Соответствие Галуа. Конечные поля. Строение конечных полей.
 17. Многочлены от одного переменного. Действия над многочленами. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Схема Горнера. Решение уравнений второй, третьей и четвёртой степени. Результант и дискриминант многочлена. Кольцо многочленов. Нахождение НОД двух многочленов. Корни многочлена. Кратные корни. Отделение кратных корней многочлена. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел. Условие равенства двух многочленов. Границы корней с действительными коэффициентами. Число действительных корней на интервале. Теорема Штурма. Рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших. Симметрические многочлены от x и y . Элементарные симметрические многочлены от x и y . Степенные суммы. Формула Э. Варинга. Возвратные уравнения. Разложение симметрических многочленов на множители. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Сравнения в кольце полиномов над полем. Кольцо вычетов по полиному. Расширение полей. Конструирование простых расширений. Поле Галуа. Строение конечных полей. Многочлены над конечными полями.
 18. Векторное (линейное) пространство над полем K . Линейные оболочки. Подпространства. Линейная зависимость векторов. Размерность векторного пространства и его базис. Координаты. Изоморфизм пространств. Пересечение и сумма подпространств. Прямые суммы. Фактор пространства. Линейные функции. Двойственное пространство и двойственный базис. Рефлексивность. Критерий линейной независимости.
 19. Линейные формы. Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа, Якоби и ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичной формы. Сигнатура. Положительно и отрицательно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра для положительно определённых и отрицательно определённых квадратичных форм.
 20. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Основные действия над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Теорема об изоморфизме алгебры операторов квадратичных матриц. Невырожденные линейные отображения. Критерий невырожденности линейного оператора. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора. Характеристическая матрица и характеристический многочлен матрицы. Подобные матрицы, их характеристические многочлены. Характеристический многочлен и характеристические корни линейного оператора. След и норма линейного оператора. Теорема о линейной независимости собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям линейного оператора. Теорема о существовании базиса, состоящего из собственных векторов линейного оператора. Понятие λ -матрицы. Теорема о приведении λ -матриц к каноническому виду. Теорема об эквивалентности двух λ -матриц. Её следствия. Унимодулярные λ -матрицы. Критерий

- унимодулярности. Второй критерий эквивалентности λ -матриц. Критерий подобия двух числовых матриц. Жорданова матрица. Теорема о приведении квадратной матрицы с помощью эквивалентных преобразований к жордановой форме.
21. Понятие n -мерного евклидова пространства. Ортогональный базис в евклидовом пространстве. Теорема ортогонализации Шмидта системы линейно независимых векторов. Понятие изоморфизма евклидовых пространств. Теорема об изоморфизме двух евклидовых пространств одинаковой размерности.
 22. Понятие ортогонального оператора, его свойства. Ортогональная матрица. Понятие самосопряжённого оператора, его свойства. Симметрическая матрица, её свойства. Теорема о существовании ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов самосопряжённого оператора. Теорема о приведении квадратичной формы с помощью ортогонального преобразования к каноническому виду. Норма линейного оператора в евклидовом пространстве.
 23. Понятие унитарного пространства. Теорема об изоморфизме двух унитарных пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие сопряжённого, самосопряжённого оператора. Свойства самосопряжённого оператора. Норма оператора. Теорема о норме самосопряжённого оператора. Теорема о существовании ортонормированного базиса для самосопряжённого оператора. Спектральное разложение самосопряжённого оператора. Теорема Гамильтона-Кели. Положительные операторы. Корень m -ой степени из положительного самосопряжённого оператора. Квадратичная форма над полем комплексных чисел. Теорема о приведении квадратичной формы к сумме квадратов. Унитарные операторы, их свойства. Нормальные операторы, их свойства. Теорема о существовании ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов нормального оператора.
 24. Декартовы координаты на прямой, плоскости и в пространстве.
 25. Понятие направленного отрезка в пространстве. Проекция направленного отрезка на ось. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
 26. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.
 27. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса. Аффинные координаты. Проекция вектора на ось и её свойства. Декартова прямоугольная система координат как частный случай аффинной системы координат.
 28. Определение скалярного произведения. Геометрические свойства скалярного произведения. Алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.
 29. Правые и левые тройки векторов и системы координат. Определение векторного произведения двух векторов. Геометрические свойства векторного произведения. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения в координатах. Смешанное произведение трёх векторов. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Двойное векторное произведение.
 30. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве.
 31. Различные виды прямой на плоскости.
 32. Различные виды уравнения плоскости.
 33. Различные виды прямой линии в пространстве.
 34. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
 35. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям.
 36. Директрисы эллипса, гиперболы и параболы.
 37. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе.
 38. Понятие поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка.

39. Исследование формы поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям. Эллипсоид. Гиперболоид. Параболоиды. Конус и цилиндры второго порядка.
40. Поверхности вращения.
41. Определение преобразования множества. Композиция (произведение) преобразований. Группа преобразований.
42. Определение движения плоскости или пространства. Аналитическое задание движений ориентированной плоскости. Свойства движений. Частные виды движений плоскости и пространства. Канонические формулы частных видов движений плоскости и пространства.
43. Инвариантные точки и прямые частных видов движений плоскости и пространства. Классификация движений (перемещений) плоскости. Представление движений плоскости композицией осевых симметрий.
44. Классификация движений пространства. Группа движений и её подгруппы. Группа симметрий данной фигуры.
45. Гомотетия плоскости и пространства. Подобие плоскости и пространства. Аффинные преобразования плоскости и пространства.
46. Векторное и евклидово векторное n -мерное пространства. Аффинное n -мерное точечное пространство A_n . Евклидово n -мерное точечное пространство E_n .

Тестовые задания по дисциплине Алгебра

1. Если $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, то $A - 2B$ равно:

1) $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -9 & -4 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -9 & -4 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -9 & -4 \end{vmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$

2. Ранг матрицы $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \end{vmatrix}$ равен:

1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4, 5) 0.

3. Решением матричного уравнения $X \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24 & 0 \\ 0 & 48 \end{vmatrix}$ является матрица:

1) $\begin{vmatrix} 18 & -6 \\ -24 & 24 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -12 & 12 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} -9 & 3 \\ 12 & -12 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} -18 & 6 \\ 24 & -24 \end{vmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}$.

4. Разложение определителя $\begin{vmatrix} x & 2 & 0 \\ y & 1 & -1 \\ z & 1 & 2 \end{vmatrix}$ по первому столбцу имеет вид:

1) $3x + 4y - 2z$, 2) $3x - 4y - 2z$, 3) $x - 4y - 2z$, 4) $3x - 4y + 2z$, 5) $3x + 4y + 2z$.

5. Значение определителя $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 4 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & -6 & -8 & 2 \end{vmatrix}$ равно:

- 1) 660, 2) 0, 3) 165, 4) 330, 5) другой ответ

6. Значение переменной x_2 в системе линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ -x_2 + 3x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \text{ равно:}$$

- 1) 1.6, 2) -1.6, 3) 0.625, 4) -0.625, 5) другой ответ

7. Фундаментальной системой решений для однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0, \\ 11x_1 - 4x_2 + 10x_3 - 7x_4 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases} \text{ будет:}$$

- 1) $(0,5,1,0), (-2,-9,0,1)$; 2) $(0,5,2,0), (-2,-9,0,2)$; 3) $(-1,2,1,0), (-13,-20,0,17)$;
4) $(0,5,2,0), (0,10,4,0)$; 5) $(0,5,2,0)$

8. Алгебраической формой комплексного числа $z = (-\sqrt{3} + i)^4$ является:

- 1) $-2\sqrt{3} + 0.5i$, 2) $-2 - 2\sqrt{3}i$, 3) $-1 + \sqrt{3}i$, 4) $-8 + 0.5i$, 5) $-8 - 8\sqrt{3}i$.

9. Модуль комплексного числа, сопряжённого с числом $z = \frac{2i}{-1+2i}$ равен:

- 1) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$, 2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 3) $\sqrt{5}$, 4) $\sqrt{8}$, 5) $\sqrt{3}$.

10. Корнями уравнения $z^3 - 1 = 0$ являются:

- 1) $1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 2) $1, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 3) $1, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$,

- 4) $1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 5) $1, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

11. Отображение $f : \langle R^*, \cdot \rangle \rightarrow \langle R^*, \cdot \rangle$, где $R^* = R \setminus \{0\}$, является гомоморфизмом групп, если f задано правилом:

1) $f(x) = \ln|x|$, 2) $f(x) = 3^x$, 3) $f(x) = x^2$,

4) $f(x) = -x$, 5) $f(x) = \cos x$.

12. Степени многочлена частного $h(x)$ и остатка $r(x)$ при делении с остатком многочлена $f(x) = 3x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 2x$ на $g(x) = -3x^3 + 3x + 1$ равны:

1) $\deg h = 3, \deg r = 2$, 2) $\deg h = 2, \deg r = 1$, 3) $\deg h = 1, \deg r = 2$,

4) $\deg h = 2, \deg r = 0$, 5) $\deg h = 1, \deg r = 3$.

13. Наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x - 2$ и $g(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ равен:

1) $x^2 - 3x + 2$, 2) $x - 1$, 3) $x^4 - 2x^2 + 1$, 4) x , 5) $x - 2$.

14. Кратность корня 3 многочлена $f(x) = x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 16x^2 + 29x + 12$ равна:

1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4, 5) 5.

15. Множество рациональных корней многочлена $f(x) = 4x^5 - 8x^4 - 3x^3 + 15x^2 - 10x + 2$ имеет вид:

1) $\left\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right\}$, 2) $\left\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$, 3) $\{1; -1; 4; -4\}$, 4) $\left\{1; 1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$, 5) $\{1; 2; 8\}$

16. Координаты вектора $f = 8 - 3x - 12x^3$ пространства многочленов степени не выше 3 (над полем R) в базисе $\bar{e}_1 = 4, \bar{e}_2 = -x, \bar{e}_3 = -3x^2, \bar{e}_4 = 2x^3$ равны:

1) $(2; 0; 1; 6)$, 2) $\left(2; -3; -\frac{1}{3}; 6\right)$, 3) $(2; -3; 0; 6)$, 4) $(6; 0; 1; 2)$, 5) $(2; 3; 0; 6)$.

17. Размерность линейной оболочки, порождённой векторами $(1; 0; 2; 4)$, $(1; -2; 1; 4)$, $(0; 1; 1; 2)$ равна:

1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4, 5) 0.

18. Разложение рациональной дроби $\frac{2x+3}{(x+1)^2}$ на простейшие имеет вид:

1) $-\frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$, 2) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2}$, 3) $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$,

$$4) \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}, \quad 5) \frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}.$$

19. Наибольшее характеристическое число матрицы $\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$ равно:

- 1) 5, 2) 12, 3) 4, 4) 6, 5) 10

20. Перемножить перестановки: $\begin{pmatrix} 12345 \\ 34152 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12345 \\ 53124 \end{pmatrix}$:

- 1) $\begin{pmatrix} 12345 \\ 12543 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 12345 \\ 54321 \end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix} 12345 \\ 12354 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} 12345 \\ 45312 \end{pmatrix}$, 5) $\begin{pmatrix} 12345 \\ 54312 \end{pmatrix}$.

21. Решить сравнение $3x \equiv 1 \pmod{5}$:

- 1) $x \equiv 3 \pmod{5}$, 2) $x \equiv 4 \pmod{5}$, 3) $x \equiv 2 \pmod{5}$, 4) $x \equiv 1 \pmod{5}$, 5) $x \equiv 0 \pmod{5}$.

22. Сколько элементов содержит полугруппа, состоящая из всех степеней матрицы

$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$? Является ли эта полугруппа группой?

- 1) 1, нет; 2) 2, да; 3) 3, нет; 4) 4, да; 5) 5, нет.

23. Вычислить значение выражения $(2 \cdot 6 + 3 \cdot 5)^{10}$ в поле \mathbb{Z}_7 :

- 1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 6, 5) 0.

24. Вычислить значение выражения $1+2+3+\dots+9$ в кольце \mathbb{Z}_{27} :

- 1) 1, 2) 10, 3) 13, 4) 17, 5) 18.

25. Пусть $I \neq A \neq -I$, где I - единичная матрица размерности 2×2 . Если $A = A^{-1}$, то след матрицы A равен...

- 1) 2, 2) 1, 3) 0, 4) -1, 5) -2.

Геометрия

1. В треугольнике ABC сторона AB разделена точкой M в отношении $1:4$, считая от точки A . Тогда разложение вектора \vec{CM} по векторам $\vec{a} = \vec{CA}$ и $\vec{b} = \vec{CB}$ имеет вид:

- 1) $\frac{4}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}$, 2) $4\vec{a} + \vec{b}$, 3) $\frac{4}{5}\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$, 4) $\frac{1}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$, 5) $-\vec{a} + 4\vec{b}$.

2. Если единичный вектор \vec{a} образует равные тупые углы с базисными ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, то сумма координат вектора \vec{a} равна

1) -1, 2) $-\sqrt{2}$, 3) $-\sqrt{3}$, 4) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, 5) $-2\sqrt{3}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$. Проекция вектора $\vec{a} - 2\vec{b}$ на ось вектора \vec{c} равна

1) -2, 2) -3, 3) $\frac{2}{13}$, 4) 2, 5) 3.

4. Если \vec{a} и \vec{b} - единичные векторы, и $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, то скалярное произведение $(3\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ равно

1) -1, 2) $-\frac{1}{2}$, 3) $\frac{1}{2}$, 4) 1, 5) 2.

5. Если $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° , то площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} - \vec{b}$ и $2\vec{a} + \vec{b}$, равна

1) 4(кв. ед.) 2) 4.5(кв. ед.) 3) 5(кв. ед.) 4) 5.5(кв. ед.) 5) 6(кв. ед.)

6. Если векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов и $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 2$, то смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ равно

1) 8, 2) 24, 3) 28, 4) 18, 5) 16.

7. Объем тетраэдра с вершинами $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$ и $D(-4;-3;7)$ равен

1) 40, 2) 42, 3) 44, 4) 46, 5) 48.

8. Угловой коэффициент прямой $5x - 4y + 2 = 0$

1) $\frac{3}{4}$, 2) $-\frac{4}{5}$, 3) $-\frac{5}{4}$, 4) $\frac{4}{5}$, 5) $\frac{5}{4}$.

9. Если точка Q находится на отрезке, соединяющем точки $A(-1;5)$ и $B(2;-1)$ и $AQ = 2QB$, то сумма координат точки Q равна

1) 2, 2) 2.5, 3) 3, 4) 3.5, 5) 4.

10. Если векторы $(2;-1;5)$ и $(4;3;-1)$ параллельны плоскости $Ax + By + 5z + 1 = 0$, то сумма $A + B$ равна

1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4, 5) 5.

11. Если прямая с направляющим вектором $(1;-5;-1)$ параллельна плоскости $A(x-1) - 3(y-2) + 3(z+4) = 0$, проходящей через точку $(1;4;n)$, то сумма $A + n$ равна

1) 8, 2) -14, 3) 6, 4) -8, 5) 3.

12. Косинус угла между прямыми $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$ и $x = 5t + 4, y = -2t, z = -t + 1$ равен

1) 0.3, 2) 0.15, 3) 0.1, 4) 0.2, 5) 0.25

13. Сумма координат точки пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{7}$ с плоскостью $3x + 5y - z - 20 = 0$ равна

1) 24, 2) -24, 3) -20, 4) 20, 5) 22.

14. Прямая $\begin{cases} 5x + y - 3z - 7 = 0 \\ 2x + y - 3z - 7 = 0 \end{cases}$

- 1) лежит в плоскости (xz) ,
- 2) лежит в плоскости (yz) ,
- 3) лежит в плоскости (xy) ,
- 4) параллельна плоскости $x = z$,
- 5) параллельна плоскости $x = y$.

15. Прямые $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{-4}$ и $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-5}{8}$

- 1) совпадают, 2) параллельны, 3) пересекаются и не перпендикулярны,
- 4) пересекаются и перпендикулярны, 5) скрещиваются.

16. Одна из асимптот гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ имеет уравнение

1) $y = 2x$, 2) $y = -\frac{2x}{3}$, 3) $y = \frac{3x}{2}$, 4) $y = -\frac{4x}{9}$, 5) $y = -3x$.

17. Центр кривой $x^2 + 2y^2 + 2x = 0$ находится в точке

1) $(0; -1)$, 2) $(0; 2)$, 3) $(-1; 0)$, 4) $(1; 0)$, 5) $(2; 0)$.

18. Центр эллипса совпадает с началом координат. Если его фокус лежит в точке $(0; 1)$ и вершина в точке $(2; 0)$, уравнение эллипса имеет вид

1) $2x^2 + y^2 = 8$, 2) $x^2 + 2y^2 = 4$, 3) $5x^2 + 4y^2 = 20$, 4) $3x^2 + 2y^2 = 12$,
5) $3x^2 + y^2 = 12$.

19. Поверхность, заданная уравнением $x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 0$, представляет собой

1) эллипсоид, 2) параболоид, 3) гиперболоид, 4) конус, 5) цилиндр.

20. Число общих точек (без учёта кратности) поверхности $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ и прямой $x = 1 - t, y = t - 1, z = 1$ равно

1) 0, 2) 1, 3) 2, 4) 4, 5) ∞ .

14. Образовательные технологии

Предусмотрено использование в учебном процессе отдельных видов активных и интерактивных форм и методов проведения занятий, учитывающих специфику изучения дисциплины математического и естественнонаучного цикла:

- чтение лекций с использованием *мультимедийных технологий*;
- занятия «*Продвинутая лекция*» (дискуссионная форма проведения лекции по частным вопросам алгебры и геометрии);
- *кейтехнология* (технология дистанционного обучения), т.е. дистанционное повышение уровня освоения студентами предмета с помощью учебно-методических комплексов, размещенных в ИОС СГТУ;
- *портфолио* (оценка собственных достижений студентов) – результаты участия в различного уровня олимпиадах по алгебре и геометрии и учебно-научных конференциях, результаты выполнения индивидуальных заданий, предусмотренных преподавателем и др.;
- *модульно-рейтинговая система* оценки успеваемости студентов в процессе изучения предмета в течение семестра;
- *технология тестового контроля знаний и умений* (предусматривает проведение входного и выходного контроля при изучении предмета);
- *метод развивающейся кооперации* - групповое решение практических комплексных задач (т.е. учитывающих знание учебного материала из различных дидактических единиц алгебры и геометрии) с распределением по отдельным студентам решения подзадач.

15. Перечень учебно-методического обеспечения для обучающихся по дисциплине

1. Основная литература.

1. Лапшин, А.В. Аналитическая геометрия: учеб. пособие для студ. всех спец./А.В. Лапшин, Т.В. Молоденкова, Д.Е. Черный; М-во образования и науки Рос. федерации, Саратовский гос. техн. ун-т.-Саратов:СГТУ,2013.-64с.
Экземпляров всего: 40
2. Московский, И.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учеб. пособие для студентов заочников/И.Г. Московский.-Саратов:Изд-во «СП-Принт»,2012.-60с.
Экземпляров всего: 20
3. Коломоец, А.А. Методы решения задач на собственные значения [Электронный ресурс]: учеб. Пособие / А.А. Коломоец, Е.В. Тупикова. Саратов:Сарат. гос. техн. ун-т,2015.52с.- Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/zak_38_15.pdf.
4. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/Березина Н.А.-Электрон. текстовые данные.-Саратов:Научная книга, 2012.-126с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293>.-ЭБС «IPRbooks» по паролю

1. Дополнительная литература.

5. Магазинников Л.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Магазинников Л.И., Магазинникова А.Л. - Электрон. текстовые данные.-Томск:Эль Контент, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012.-180с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13861>.-ЭБС «IPRbooks» по паролю
6. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Электронный ресурс]:/Кадомцев С.Б.- Электрон.текстовые данные.-М.:ФИЗМАТЛИТ, 2011.-168с. - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html>.-ЭБС «Консультант студента» по паролю
7. Беклемишев Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]:/Беклемишев Д.В.- Электрон.текстовые данные.-М.:ФИЗМАТЛИТ, 2014.-192с. - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114806.html>.-ЭБС «Консультант студента» по паролю
8. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии [Электронный ресурс]/ Ефимов Н.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.— 239 с.— Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102524.html>.— ЭБС «Консультант студента», по паролю
8. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии [Электронный ресурс]/ Ефимов Н.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.— 239 с.— Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102524.html>.— ЭБС «Консультант студента», по паролю
9. Виноградов И.М. основы теории чисел/И.М. Виноградов.-М.: Наука, 1981.-176с.
10. Мишина А.П. Высшая алгебра/А.П. Мишина, И.В. Проскуряков.-М.:Гос.издат.физ-мат. литература, 1962.-300с.
11. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре/И.М. Гельфанд- 6-е изд., испр.- М.:Добросвет, КДУ, 2006.-320с.
12. Курош А.Г. Курс высшей алгебры/А.Г.Курош.-М.:Физматизд, 1962.
13. Бортаковский А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах:Учеб. пособие/А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев.-М.:Выш. шк., 2005,-591с.
- 14.Федорова О.С. основные элементы комбинаторики: уче. пособие/О.С. Федорова- Саратов:ИЦ, Наука,2015.-46с.
15. Краснов М.Л. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие./М.Л. Краснов, А.И. Кисилев, Т.И. Макаренко. Изд. 4-е, испр.-М.:Комкнига,2006.-208с.

3. Периодические издания.

16. Журнал вычислительной математики и математической физики : рАН. - М. : Наука, 1961 - . - Выходит ежемесячно. - ISSN 0044-4669
Зарегистрированы поступления:
2015 2014 2013 2012 2011 2010 2009 2008 2007 2006 2005 2004 2003 2002 2001
2000 1999 1996 1995 1994 1993 1992 1991 1990
Режим доступа: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7791>.
17. Известия высших учебных заведений. Математика : науч.-теорет. журн. - Казань : Казанский гос. ун-т им. В. И. Ульянова-Ленина, 1957 - . - Выходит ежемесячно. - ISSN 0021-3446
Зарегистрированы поступления:
2015 2014 2013 2012 2011 2010 2009 2008 2007 2006 2005 2004 2003 2002
2001 2000 1999 1996 1995 1994 1993 1992 1991 1990
Режим доступа: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7580>
18. Прикладная математика и механика : рАН. - М. : Наука, 1936 - . - Выходит раз в два месяца. - ISSN 0032-8235
Зарегистрированы поступления:

2015 2014 2013 2012 2011 2010 2009 2008 2007 2006 2005 2004 2003 2002 2001
2000 1999 1998 1996 1995 1994 1993 1992 1991 1990

Режим доступа: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7956>

4. Интернет-ресурсы.

19. <http://www.alleng.ru/edu/math9.htm> - образовательные ресурсы интернет- математика

5. Источники ИОС.

20. <https://portal3.sstu.ru/Facult/MFPIT/MFPIT-IBS/10.05.03/C.1.1.7/default.aspx> (ИОС СГТУ).

16. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Предусмотрено сопровождение лекционного курса демонстрационными презентациями, подготовленными в Microsoft Office PowerPoint. Проводятся занятия в компьютерном классе кафедры ПМиСА для иллюстрации основных положений дисциплины в системе MathCad