

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Информационная безопасность автоматизированных систем»

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине

*«Б.1.3.4.2 Методы конечных и граничных элементов»*

направления подготовки

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

*Профиль «Программное обеспечение средств вычислительной техники и  
автоматизированных систем»*

форма обучения – заочная

курс – 5

семестр – 9

зачетных единиц – 3

всего часов – 108,

в том числе:

лекции – 4

лабораторные занятия – 8

самостоятельная работа – 96

зачет – 9 семестр

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель преподавания дисциплины "Методы конечных и граничных элементов" является изучение основ метода конечных элементов (МКЭ) и метода граничных элементов (МГЭ) для построения алгоритмов и разработки программ решения прикладных краевых задач в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины:

- изучение методов дискретизации краевых задач;
- изучение методов интерполяции функций;
- изучение методов аппроксимации функций;
- ознакомление с принципами аппроксимации решений краевых задач на основе конечных и граничных элементов;
- получение навыков построения алгоритмов на основе МКЭ и МГЭ.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Методы конечных и граничных элементов» относится к числу дисциплин по выбору вариативной части.

Для успешного усвоения данной дисциплины необходимо, чтобы студент владел знаниями, умениями и навыками, сформированными в процессе изучения дисциплин:

«Математика» - знать основные типы уравнений математической физики, основы функционального анализа, понятия нормы и скалярного произведения функций, способы построения функционалов и способы их минимизации;

«Вычислительная математика» - знать численные методы решения систем линейных уравнений, принципы решения краевых задач с помощью метода конечных разностей, знать основы применения вариационных методов решения краевых задач;

«Информатика» - знать формы и способы представления данных в персональном компьютере, классификацию современных компьютерных систем;

«Программирование» - знать общие принципы построения и использования современных языков программирования высокого уровня, язык программирования высокого уровня (объектно-ориентированное программирование); уметь работать с интегрированной средой разработки программного обеспечения, использовать динамически подключаемые библиотеки; владеть навыками разработки, тестирования и отладки программного обеспечения в соответствии с современными технологиями и методами программирования.

Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Методы конечных и граничных элементов» используются при подготовке выпускной квалификационной работы.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

способности к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

Студент должен знать:

- основные понятия функционального анализа,
- основные типы уравнений математической физики,
- общие способы построения вариационных формулировок,
- основные положения вариационных методов
- основные методы дискретизации области,
- основные методы решения систем линейных уравнений;
- способы решения плохообусловленных систем линейных уравнений;

Студент должен уметь:

- формулировать вариационную постановку краевой задачи;
- применять методику минимизации функционалов;
- применять программные средства для разбиения области на конечные элементы;
- разрабатывать алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений, полученной при минимизации функционалов,
- разрабатывать алгоритм решения плохообусловленных систем линейных уравнений;

Студент должен владеть:

- элементами функционального анализа;
- численными методами решения систем дифференциальных и алгебраических уравнений;
- методикой использования программных средств для выполнения дискретизации области;
- навыками построения алгоритмов на основе метода конечных элементов;
- навыками построения алгоритмов на основе метода граничных элементов.

#### 4. Распределение трудоемкости (час.) дисциплины по темам и видам занятий

№ модуля	№ недели	№ темы	Наименование темы	Часы				
				Всего	Лекции	Лабораторные	Практические	СРС
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>9 семестр</b>								
1	1	1	Установочная лекция по методам конечных и граничных элементов	50	2	-	-	48
2	2	2	Занятия по методам конечных и граничных элементов	58	2	8	-	48
<b>Всего</b>				108	4	8	-	96

#### 5. Содержание лекционного курса

№ темы	Всего часов	№ лекции	Тема лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5
1	2	1	Обзорная лекция по МКЭ и МГЭ. Дискретизация области. Одномерные, двумерные и трехмерные конечные элементы. Линейные элементы. Квадратичные элементы и элементы более высокого порядка.	2, 3, 11, 24
2	2	2	Построение МКЭ для одной переменной. Построение МКЭ для двумерной задачи. Граничные формулировки краевых задач и граничные интегральные уравнения. Комбинирование метода конечных элементов с методом граничных элементов.	4, 5, 12, 13, 24

#### 6. Содержание коллоквиумов

Коллоквиумы учебным планом не предусмотрены.

#### 7. Перечень практических занятий

Практические занятия учебным планом не предусмотрены.

## 8. Перечень лабораторных работ

№ темы	Всего часов	Наименование лабораторной работы. Задания, вопросы, обрабатываемые на лабораторном занятии	Учебно-методическое обеспечение
1	2	4	3
2	4	Разработка программы, реализующей МКЭ для одной переменной	2,3,4, 24
2	4	Разработка программы, реализующей МКЭ для двумерной задачи	2, 3, 4, 10, 24

## 8. Задания для самостоятельной работы студентов

№ темы	Всего Часов	Задания, вопросы, для самостоятельного изучения (задания)	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
1	24	Свойства линейных и нелинейных операторов.	2
1	24	Типы операторно-функциональных постановок задач	2,6,7,8,9
2	16	Основы вариационных методов	2, 8
2	16	Методы дискретизации области	2,3,4
2	16	Усовершенствованные методы решения СЛАУ на ЭВМ	2, 14

Методические указания по самостоятельному изучению отдельных разделов дисциплины приведены в соответствующем разделе ИОС [24].

*Виды, график контроля СРС, (по решению кафедры УМКС/УМКН).*

№ темы	Вид СРС	Вид контроля СРС	График контроля (№ недели)
9 семестр			
1	Работа с печатными источниками, разбор типовых заданий	Рубежный контроль, самоконтроль	Зачет
2	Работа с печатными источниками, разбор типовых заданий	Рубежный контроль, самоконтроль	Зачет

## 10. Расчетно-графическая работа

Расчетно-графическая работа учебным планом не предусмотрена.

## 11. Курсовая работа

Курсовая работа учебным планом не предусмотрена.

## 12. Курсовой проект

Курсовой проект учебным планом не предусмотрен.

## 13. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций: ОК-7.

Карта компетенции ОК-7: способность к самоорганизации и самообразованию.

№ п/п	Наименование дисциплины и код по базовому учебному плану	Части компонентов	Технологии формирования	Средства и технологии оценки
1	2	3	4	5
1	Б.1.3.4.2 Методы конечных и граничных элементов	Знает: - основные понятия функционального анализа, - основные типы уравнений математической физики, - общие способы построения вариационных формулировок, - основные положения вариационных методов - основные методы дискретизации области, - основные методы решения систем линейных уравнений; - способы решения плохообусловленных систем линейных уравнений;	Лекции Самостоятельная работа Семинары	Тестирование
		Умеет: - формулировать вариационную постановку краевой задачи; - применять методику минимизации функционалов; - применять программные средства для разбиения области на конечные элементы; - разрабатывать алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений, полученной при минимизации функционалов, - разрабатывать алгоритм решения плохообусловленных систем линейных уравнений;	Лабораторные работы с использованием активных приемов обучения. Самостоятельная работа	Тестирование рефераты
		Владеет: - элементами функционального анализа; - численными методами решения систем дифференциальных и	Лекции Лабораторные занятия с использованием активных приемов обучения. Самостоятельная работа	Зачет

		алгебраических уравнений; - методикой использования программных средств для выполнения дискретизации области; - навыками построения алгоритмов на основе метода конечных элементов; навыками построения алгоритмов на основе метода граничных элементов.		
--	--	---	--	--

Формирование профессиональных компетенций по дисциплине производится на лабораторных и лекционных занятиях (75%); закрепление достигается при сдаче зачета (15%).

При выставлении оценок при приеме зачета преподаватель руководствуется следующим:

- оценки «зачтено» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, знакомый с основной и дополнительной литературой, рекомендованной программой, продемонстрировавший умения и навыки в рамках формируемых компетенций на вполне достаточном уровне освоения.

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившего принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не освоивший умений и навыков в рамках формируемых компетенций на достаточном уровне освоения. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

### Вопросы для зачета

1. Топологические пространства. Метрические пространства. Линейные пространства.
2. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Пространства Соболева.
3. Понятия оператора и функционала.
4. Линейные операторы и их свойства.
5. Нелинейные операторы и их свойства.
6. Основные типы уравнений математической физики.
7. Операторно-функциональная постановка задачи.
8. Вариационная постановка краевой задачи.
9. Вариационные методы. Методика минимизации функционалов.
10. Выбор базисных функций.
11. Задачи на собственные значения.
12. Проекционный метод.

13. Метод наименьших квадратов.
14. Вариационный метод на базе билинейных функционалов.
15. Дискретизация области. Одномерные, двумерные и трехмерные линейные конечные элементы.
16. Квадратичные конечные элементы и элементы более высокого порядка.
17. Построение МКЭ для одной переменной.
18. Построение МКЭ для двумерной задачи.
19. Граничные формулировки краевых задач и граничные интегральные уравнения.
20. Комбинирование метода конечных элементов с методом граничных элементов.
21. Численные методы решения систем линейных уравнений.
22. Численные методы решения плохообусловленных систем линейных уравнений

### Вопросы для экзамена

Экзамен учебным планом не предусмотрен.

### Тестовые задания по дисциплине

Для проведения тестирования используются тестовые материалы, разработанные в среде АСТ-Тест.

Примеры тестовых заданий:

1. Оператором называется:

- отображение пространства вещественных чисел в банахово пространство
- отображение гильбертова пространства в пространство вещественных чисел
- отношение, заданное на пространстве вещественных чисел
- отображение пространства вещественных чисел в пространство вещественных чисел
- отображение функционального пространства в функциональное пространство

2. Чему должно быть равно число дополнительных условий (граничных и начальных) при решении уравнений в частных производных

- порядку старшей производной
- сумме порядков всех производных
- произвольному числу
- числу членов в дифференциальном уравнении

3. Какой из указанных ниже методов решения обыкновенного дифференциального уравнения является одношаговым методом первого порядка точности:

- метод Эйлера
- метод Адамса
- метод Рунге-Кутты
- метод Эйлера с пересчетом



4. Какие условия задаются при решении задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения:

- значение искомой функции в начальный момент времени
- значения искомой функции в начальный и конечный момент времени
- значения искомой функции в нескольких моментах времени

5. Какой из указанных ниже методов является методом поиска минимума функционала в виде определенного интеграла:

- метод Ритца
- метод Ньютона
- метод Лагранжа
- метод Коши

6. Пусть ищется экстремум (минимум) функции или функционала  $y=f(x)$  с применением аналитических методов. Какое из приведенных ниже условий используется для определения экстремума:

- $f'(x) = 0$
- $f''(x) = 0$
- $f'''(x) = 0$
- $f(x) = 0$

7. Какой метод решения краевой задачи требует использования системы функций, полной в пространстве непрерывных функций?

- метод стрельб
- метод простой итерации
- метод Галеркина
- разностный метод

8. Уменьшение размеров конечных элементов приводит к:

- уменьшению точности приближенного решения
- уменьшению погрешности приближенного решения
- уменьшению размерности системы алгебраических уравнений
- уменьшению ширины полосы ленточной матрицы системы алгебраических уравнений
- оптимальной нумерации конечных элементов

9. Оптимизация нумерации конечных элементов дает:

- уменьшение точности приближенного решения
- уменьшение погрешности приближенного решения
- уменьшение размерности системы алгебраических уравнений
- уменьшение ширины полосы ленточной матрицы системы алгебраических уравнений
- уменьшение размеров конечных элементов

10. Интерполяционные полиномы в методе конечных элементов определяются через:

- однородные координаты узлов элемента
- индексы и координаты узлов элемента
- координаты узлов элемента и значения функции в узлах
- вариационную формулировку задачи
- скалярное произведение базисных функций

11. Как выглядит геометрически конечный элемент при применении метода конечных элементов в случае двух переменных:

- в виде отрезка прямой
- в виде пирамиды
- в виде треугольника
- в виде квадрата

12. Какое из приведенных ниже условий должно выполняться при нумерации вершин конечных элементов в методе конечных элементов:

- разница между номерами вершин в каждом конечном элементе должно быть максимальна
- разница между номерами вершин в каждом конечном элементе должна быть минимальна
- разница между номерами вершин в каждом конечном элементе может быть произвольной

13. Сколько узлов (табличных данных функции) достаточно иметь, чтобы построить аппроксимирующий ее полином 3-го порядка

- 2
- 3
- 4
- 5

14. Интерполирование называется локальным, если интерполирующий многочлен совпадает с табличными данными ...

- во всех узлах
- в двух узлах
- в трех узлах
- в отдельных узлах

15. Количество уравнений в СЛАУ, получаемой в результате применения метода конечных элементов ( $N$  - количество узлов разбиения,  $M$  - количество элементов), равно:

- $M$
- $N$
- $N \times N$
- $M \times M$
- $N \times M$

#### 14. Образовательные технологии

Для реализации компетентностного подхода в соответствии с требованиями ФГОС ВО в рамках учебного курса предусмотрены активные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

В связи с этим предусмотрено применение мультимедийных средств и презентаций, обсуждение докладов студентов, совместное решение задач, тестирование, консультации, дискуссии.

#### 15. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

##### *Обязательные издания*

1. Алешин Л.И. Информационные технологии: учеб. пособие / Л.И.Алешин. М.: Маркет ДС, 2011. 384 с. Экземпляры всего: 22.
2. Треногин В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебник/ Треногин В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 488 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16289>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
3. Колокольцев В.А. Расчет зубчатых и червячных передач в системе АРМ WinMachine: учеб. пособие / В.А. Колокольцев, В.Ю. Карачаровский, А.В. Васильков; Саратовский гос. техн. ун-т. Саратов: СГТУ, 2008. 48 с. Экземпляры всего: 37.
4. Колокольцев В.А. Расчет зубчатых и червячных передач в системе АРМ WinMachine [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.А. Колокольцев, В.Ю. Карачаровский, А.В. Васильков; Саратовский гос. техн. ун-т. - Саратов: СГТУ, 2008.; Электронный аналог печатного издания. Режим доступа: [http://lib.sstu.ru/books/zak\\_126\\_08.pdf](http://lib.sstu.ru/books/zak_126_08.pdf)
5. Радин В.П. Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс]/ Радин В.П., Самогин Ю.Н., Чирков В.П.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.— 314 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24452>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
6. Маковкин Г.А. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Маковкин Г.А., Лихачева С.Ю.— Электрон. текстовые данные.— Нижний Новгород:

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012.— 71 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16043>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

7. Прокопьев В.И. Решение строительных задач в SCAD OFFICE [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Прокопьев В.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2015.— 63 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30788>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

#### *Дополнительные издания*

8. Губенков А.А. Методы конечных и граничных элементов. Теоретические основы математического моделирования твердотельных упругих устройств. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2006. 167 с. Экземпляры всего: 5.

9. Голованов А.И. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций / А.И. Голованов, О.Н. Тюленева, А.Ф. Шигабутдинов. М.: Физматлит, 2006. 392 с. Экземпляры всего: 1.

10. Гаев А.В. Вариационные методы решения краевых задач: учеб. пособие / А.В. Гаев, С.А. Скобельцын. Тула : ТулГУ, 2006. 192 с. Экземпляры всего: 1.

11. Голованов А.И. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел / А.И. Голованов, Д.В. Бережной. Казань: Изд-во "ДАС", 2001. 301 с. Экземпляры всего: 1.

12. Замрий А.А. Проектирование и расчет методом конечных элементов трехмерных конструкций в среде APM Structure3D. М.: Изд-во АПМ, 2004. 208 с. Экземпляры всего: 5.

13. Колокольцев В.А. Основы применения метода конечных элементов в расчетах деталей машин. Саратов : СГТУ, 2003. 84 с. Экземпляры всего: 55.

14. Агапов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций. – М.: АСВ, 2000. – 152 с. Экземпляры всего: 5.

15. Хечумов Р.А. Применение метода конечных элементов к расчету конструкций / Р.А. Хечумов, Х. Кепплер, В.И. Прокопьев. М.: АСВ, 1994. 353 с. Экземпляры всего: 9.

16. Морозов В.А. Методы решения некорректно поставленных задач: алгоритмический аспект [Электронный ресурс] / В.А. Морозов, А.И. Гребенников. - Электрон. текстовые дан. - М. : МГУ, 1992. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

#### *Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины*

17. Метод конечных элементов: метод. указания / Сарат. гос. техн. ун-т; сост.: А.А. Губенков. Саратов: СГТУ, 2003. 16 с. Экземпляры всего: 5.

### *Периодические издания*

18. Вестник Саратовского государственного технического университета: науч.-техн. журнал. - Саратов: Изд-во СГТУ, (2003-2015). - ISSN 1999-8341. Режим доступа: <http://lib.sstu.ru/index.php/menuskrellib/91-mperiodizdan>

19. Инновационная деятельность: науч.-аналит. журнал. - Саратов: Саратовский ГТУ им. Ю. А. Гагарина, (2010-2015). - ISSN 2071-5226. Режим доступа: <http://www.sstu.ru/nauka/nauchnye-izdaniya/innovatsionnaya-deyatelnost>

### *Интернет-ресурсы*

20. Моделирование систем с распределенными параметрами. URL: <http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=Mkr/base.cou> (дата обращения: 1.06.2015).

21. Алгоритмическое обеспечение метода конечных элементов URL: <http://cnit.ssau.ru/TechFEM/AlgorithmFEM.htm> (дата обращения: 1.06.2015).

22. Метод конечных элементов. URL: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/smirnov/main.asp> (дата обращения: 1.06.2015).

23. Технология анализа конструкций методом конечных элементов. URL: <http://cnit.ssau.ru/TechFEM/> (дата обращения: 1.06.2015).

### *Источники ИОС*

24. Весь лекционный материал размещен в электронной форме в ИОС направления ИВЧТ интернет-ресурсов СГТУ имени Гагарина Ю.А.

[https://portal.sstu.ru/Fakult/FETIP/IBS/b2322\\_/default.aspx](https://portal.sstu.ru/Fakult/FETIP/IBS/b2322_/default.aspx) - лекционный материал за 9 семестр.

## **16. Материально-техническое обеспечение дисциплины.**

Для проведения лекционных занятий используется типовая лекционная аудитория со стандартным мультимедийным оснащением.

Для проведения лекционных занятий требуется комплект технических средств обучения в составе:

- персональный компьютер (в конфигурации не хуже: процессор Intel Pentium или AMD 2 ГГц, 2 ОЗУ Гбайта, 320 Гбайт НЖМД);
- проектор (разрешение не менее 1024x768);
- экран для проектора.

Для проведения лабораторных занятий и самостоятельной работы студентов используется компьютерный класс или учебная лаборатория каф. ИБС, оснащенная компьютерами.

Для проведения лабораторных занятий требуется компьютерный класс, оборудованный ПЭВМ в конфигурации не худшей чем: процессор Intel Pentium или AMD 2 ГГц, ОЗУ 2 Гбайта, НЖМД 80 Гбайт. Компьютеры должны иметь подключение к локальной сети СГТУ и доступ к сети Интернет.

При проведении лабораторных занятий в качестве инструментальных средств используется следующее программное обеспечение:

1. Операционные системы: Windows XP/7 в составе DreamsPark Premium MS ИНЭТМ (Windows, Visual Studio).

2. Средства разработки программ: Microsoft Visual Studio Express в составе DreamsPark Premium MS ИНЭТМ, среда разработки NetBeans.

3. Офисный пакет Microsoft Office Профессиональный плюс 2007 для подготовки и оформления отчетов.

Для проведения тестирования используется система тестирования знаний Ast-Test версия 3.