Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»**

Кафедра **«Прикладная математика и системный анализ»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине
Б.1.2.04 **«Методы математической физики»**
направления подготовки
11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»
Профиль – Электронные приборы и устройства
Квалификация (степень) – бакалавр

форма обучения – очная
курс – 2, 3
семестр – 4, 5
зачётных единиц – 5, 3
часов в неделю – 5, 3
академических часов – 288
в том числе:
лекции – 54
коллоквиум – нет
практические занятия – 90
лабораторные занятия – нет
самостоятельная работа – 144
зачёт – 5 семестр
экзамен – 4 семестр
расчётно-графическая работа – нет
курсовая работа – нет
курсовой проект – нет

1. Цели и задачи дисциплины

1.1. Цель преподавания дисциплины:

– обеспечить подготовку специалистов, способных выполнять проектно-конструкторские, научно-исследовательские работы в плане использования современных методов постановки, исследования и решения различных задач, овладение современным математическим аппаратом, а также на основе полученных теоретических знаний научить моделированию различных процессов и явлений.

1.2. Задачи изучения дисциплины:

– развитие логического и алгоритмического мышления студентов, овладение студентами методами исследования и решения математических задач;

– выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных инженерных задач.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Методы математической физики» относится к вариативной дисциплин блока 1. Изучение дисциплины базируется на следующих ранее изученных дисциплинах:

– Б.1.1.5 – Математика: линейная алгебра, дифференцирование, интегрирование, обыкновенные дифференциальные уравнения и системы, методы решения задач на экстремум;

– Б.1.1.6 – Физика: колебания и волны.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

– ОПК-2: способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

В результате освоения дисциплины студент:

– *должен знать* уравнения математической физики, общие и специальные методы их решения; интегральные уравнения, теорию обобщённых и специальных функций, вариационное исчисление, методы моделирования физических процессов;

– *должен уметь* применять методы математической физики для решения практических задач;

– *должен владеть* методами выполнения физико-технических расчётов.

4. Распределение трудоёмкости (час.) дисциплины по темам и видам занятий

№ модуля	№ недели	№ темы	Наименование темы	Часы/из них в интерактивной форме					
				всего	лекции	коллокв.	лаб. зан.	пр. зан.	СРС
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
			4 семестр	**180/26**	**36/10**	**-**	**-**	**54/16**	**90**
1	1-3	1	Введение в теорию уравнений с частными производными	15/4	6/2	-	-	9/2	-
1	4-5	2	Вывод основных уравнений и постановка задач математической физики	24/2	4	-	-	6/2	14
1	6-9	3	Аналитические методы решения уравнений математической физики	52/6	8/2	-	-	12/4	32
2	10-14	4	Интегральные уравнения	59/10	10/4	-	-	15/6	34
2	15-18	5	Обобщённые и специальные функции	30/4	8/2	-	-	12/2	10
			5 семестр	**108/14**	**18/6**	**-**	**-**	**36/8**	**54**
1-2	1-18	6	Вариационное исчисление	108/14	18/6	-	-	36/8	54
Всего				**288/40**	**54/16**	**-**	**-**	**90/24**	**144**

5. Содержание лекционного курса

№ темы	Всего часов	№ лекции	Тема лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5
4 семестр (36 часов)				
1	2	1	**Введение в теорию уравнений с частными производными (УЧП).** Общие сведения об УЧП. Понятие УЧП. Наиболее важные УЧП. Необходимость изучения УЧП. Методы решения УЧП. Основные методы классификации УЧП.	1, 4 – 6, 14, 24
1	2	2	Классификация линейных УЧП второго порядка. Необходимость классификации. Приведение к каноническому виду линейных УЧП второго порядка методом линейной замены.	1, 4 – 6, 14, 24
1	2	3	Понятие характеристик. Приведение к каноническому виду линейных УЧП второго порядка методом характеристик.	1, 4 – 6, 14, 24
2	2	4	**Вывод основных уравнений и постановка задач математической физики (УМФ).** Основные типы УМФ. Вывод уравнения колебаний струны, закреплённой на концах.	1, 4 – 6, 14, 24
2	2	5	Вывод уравнения теплопроводности. Постановка задач для уравнений математической физики. Корректность постановки задач уравнений математической физики.	1, 4 – 6, 14, 24
3	4	6-7	**Аналитические методы решения уравнений математической физики.** Метод Даламбера решения задачи Коши для неограниченной струны. Метод Фурье (разделения переменных) решения задачи о колебаниях ограниченной струны. Общая схема его применения. Задача Штурма – Лиувилля. Собственные функции и собственные значения. Преобразование неоднородных граничных условий в однородные для уравнения теплопроводности.	1, 4 – 6, 14, 24
3	2	8	Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом преобразования Фурье. Интеграл Пуассона. Функция Грина.	1, 4 – 6, 14, 24
3	2	9	Уравнение теплопроводности для стационарного случая. Преобразование уравнения Лапласа к полярным координатам. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье. Получение решения в виде ряда и интеграла Пуассона.	1, 4 – 6, 14, 24
4	2	10	**Основные понятия теории интегральных уравнений.** Понятие интегрального уравнения. Классификация интегральных уравнений. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям.	2, 3, 10, 11, 24
4	2	11	**Интегральные уравнения Фредго́льма.** Однородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Характеристические числа и собственные функции.	2, 3, 10, 11, 24
4	2	12	Неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Метод последовательных приближений и резольвента. Теоре-	2, 3, 10, 11, 24

			мы Фредгольма.	
4	2	13	**Интегральные уравнения Вольте́рра.** Метод последовательных приближений и резольвента для уравнения Вольтерра 2-го рода. Решение уравнения Вольтерра 2-го рода путём сведения его к дифференциальному уравнению.	2, 3, 10, 11, 24
4	2	14	Уравнения Вольтерра 2-го рода с разностным ядром. Уравнения Вольтерра 1-го рода.	2, 3, 10, 11, 24
5	2	15	**Обобщённые функции.** Понятие дельта-функции. Пространство основных функций. Обобщённые функции. Операции над обобщёнными функциями. Дифференцирование обобщённых функций.	6, 15, 24
5	2	16	Последовательность обобщённых функций и её предел. Дельтаобразные последовательности функций. Свёртка обобщённых функций. Преобразование Фурье обобщённых функций.	6, 15, 24
5	2	17	**Некоторые специальные функции.** Интегралы Эйлера.	1, 6, 7, 24
5	2	18	Функции Бесселя. Некоторые свойства функций Бесселя.	1, 6, 7, 24
5 семестр (18 часов)				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
6	2	1	**Экстремум функций многих переменных.** Определение и необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума. Случай функции двух переменных.	7, 15, 25
6	2	2	**Условный экстремум.** Понятие условного экстремума. Метод множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.	7, 15, 25
6	2	3	**Основные понятия вариационного исчисления.** Примеры задач вариационного исчисления. Функционал и функциональные пространства: определение; норма функции; примеры функциональных пространств; расстояние между функциями; сильная и слабая окрестности функции; сильный и слабый экстремумы.	2, 10, 11, 13, 14, 25
6	2	4	Дифференцируемость функционала: непрерывность; линейность; сильный и слабый дифференциалы. Основные леммы вариационного исчисления.	2, 10, 11, 13, 14, 25
6	2	5	**Вариационные задачи с фиксированными границами.** Понятие об экстремуме функционала. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума функционала. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера (5 случаев). Экстремали функционала в задаче И. Бернулли.	2, 10, 11, 13, 14, 25
6	2	6	Дифференцируемость функционала: непрерывность; линейность; сильный и слабый дифференциалы. Примеры. Основные леммы вариационного исчисления.	2, 10, 11, 13, 14, 25
6	2	7	**Достаточные условия экстремума.** Вторая вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала (по второй вариации). Вычисление второй ва-	2, 10, 11, 13, 14, 25

			риации функционала для простейшей задачи вариационного исчисления. Достаточные условия слабого минимума (усиленное условие Лежандра).	
6	2	8	**Вариационные задачи в параметрической форме.** Когда это нужно? Переход к параметру в простейшей задаче вариационного исчисления. **Вариационные задачи с подвижными границами.** Задача с подвижными концами. Задача с подвижными границами. Условие трансверсальности.	2, 10, 11, 13, 14, 25
6	2	9	**Условный экстремум функционалов.** Вариационные задачи для функционалов с голономными и неголономными ограничениями. Изопериметрические задачи.	2, 10, 11, 13, 14, 25

6. Содержание коллоквиумов

Учебным планом не предусмотрено.

7. Перечень практических занятий

№ темы	Всего часов	№ занятия	Тема практического занятия. Вопросы, отрабатываемые на практическом занятии	Учебно-методическое обеспечение
1	**2**	**3**	**4**	**5**
			4 семестр (54 часа)	
1	2	1	Приведение линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных с постоянными коэффициентами к каноническому виду методом линейной замены ([8] № 5.2 – 5.16).	8
1	2	2	Приведение линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных с переменными коэффициентами к каноническому виду методом характеристик ([8] № 5.22 – 5.36).	8
2	4	3-4	Изучение задач, приводящих к уравнениям математической физики ([4 – 6, 14]).	4 – 6, 14
2	2	5	Вывод уравнения колебаний струны в среде с сопротивлением ([4 – 6]).	4 – 6
3	4	6-7	Решение уравнения колебаний бесконечной струны методом характеристик для различных форм и скоростей струны в начальный момент времени ([7] № 990 – 995).	7
3	6	8-10	Применение метода разделения переменных (метода Фурье) для решения уравнения колебаний конечной струны ([7] № 996 – 1000).	7
3	4	11-12	Решение задачи линейной теплопроводности бесконечного стержня для различных начальных условий ([7] № 1001 – 1002).	7
3	4	13-14	Применение метода Фурье для решения задачи линейной теплопроводности конечного стержня для различных сочетаний начальных и граничных условий ([7] № 1003 – 1007).	7

3	4	15-16	Применение метода Фурье для решения внутренней задачи Дирихле в прямоугольнике, параллелепипеде при заданных граничных условиях ([8] № 9.11 – 9.13).	8
3	4	17-18	Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге при заданных граничных условиях ([8] № 9.1.1 – 9.1.4).	8
4	2	19	**Однородные уравнения Фредгольма 2-го рода.** Решение задач на нахождение характеристических чисел и собственных функций заданных уравнений с вырожденными симметрическими ядрами ([3] № 3.12 (а – з)).	3
4	6	20-22	**Неоднородные уравнения Фредгольма 2-го рода.** Решение заданных уравнений методом последовательных приближений и методом итерированных ядер ([3] № 4.5 (а – з); № 6.1 (а – д)).	3
4	4	23-24	**Уравнения Вольтерра 2-го рода.** Решение заданных уравнений методом последовательных приближений, с помощью резольвенты, методом сведения к дифференциальным уравнениям ([3] № 5.4 (а – в); № 5.5 (а – в)).	3
4	2	25	**Уравнения Вольтерра 1-го рода.** Решение заданных уравнений методом сведения их к уравнениям Вольтерра 2-го рода ([3] № 5.7 (а – б)).	3
5	2	26	**Обобщённые функции.** Действия с обобщёнными функциями одной переменной. Свёртка обобщённых функций. Преобразование Фурье обобщённых функций ([6] § 2.1.10, § 2.2.6, § 2.3.8, § 2.5.8).	6
5	2	27	**Некоторые специальные функции.** Решение задач на применение функций Бесселя ([7] № 770 – 774).	7
5 семестр (36 часов)				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
6	4	1-2	**Функционал. Вариация функционала и её свойства.** Нахождение расстояний между функциями. Вычисление функционалов. Нахождение приращений и вариаций функционалов ([7] № 1273 – 1280).	7
6	8	3-6	**Экстремум функционала. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.** Решение экстремальных задач на частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера ([7] № 1281 – 1298).	7
6	4	7-8	**Функционалы, зависящие от двух функций одной независимой переменной.** Решение экстремальных задач для функционалов, зависящих от двух функций одной независимой переменной ([7] № 1304 – 1308).	7
6	4	9-10	**Функционалы, зависящие от производных высших порядков.** Решение экстремальных задач для функционалов, зависящих от производных высших порядков ([7] № 1300 – 1303).	7
6	4	11-12	**Достаточные условия экстремума функционала.** Решение экстремальных задач в случае простейшей задачи вариационного исчисления на выполнение достаточных условий экстремума ([7] № 1315 – 1318).	7

6	4	13-14	**Вариационные задачи с подвижными границами.** Решение экстремальных задач с подвижными концами ([12] № 2.41 – 2.44). Решение вариационных задач с подвижными границами ([12] № 2.45 – 2.46).	12
6	8	15-18	**Условный экстремум функционалов.** Решение экстремальных задач для функционалов с голономными и неголономными ограничениями ([12] № 3.1 – 3.3; 3.4 – 3.6).	12

8. Перечень лабораторных работ

Учебным планом не предусмотрено.

9. Задания для самостоятельной работы студентов

№ темы	Всего часов	Задания, вопросы, для самостоятельного изучения (задания)	Учебно-методическое обеспечение
1	**2**	**3**	**4**
4 семестр (90 часов)			
2	4	Постановка начально-краевой задачи (НКЗ) о продольных колебаниях однородного упругого стержня постоянного сечения при произвольных начальных отклонениях и скорости для случаев, когда: а) к концам стержня, начиная с начального момента, приложены силы, действующие вдоль стержня; б) стержень испытывает действие пропорциональной скорости силы сопротивления отклонению, а концы стержня колеблются по заданным законам ([8] № 2.1).	8
2	4	Постановка НКЗ о продольных колебаниях стержня. Тяжёлый стержень подвешен вертикально и защемлён так, что смещение во всех точках равно нулю. В начальный момент времени он освобождается ([8] № 2.14).	8
2	3	Постановка НКЗ о нагревании электрическим током провода, соединяющего две массивные клеммы заданной теплоёмкости и бесконечно большой теплопроводности, если на поверхности провода происходит теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона ([8] № 2.46).	8
2	3	Постановка НКЗ о диффузии частиц, помещённых в узкую вертикальную трубку, заполненную нейтральной средой. Трубка находится в поле силы тяжести; скорость оседания частиц, вызванную этой силой, следует считать постоянной. Все стенки трубки непроницаемы ([8] № 2.50).	8
3	2	Решение НКЗ для полубесконечной струны методом отражений ([8] № 3.10 – 3.14).	8
3	4	Решение НКЗ для вынужденных колебаний ограниченной струны с однородными граничными условия-	8

		ми ([8] № 4.16 – 4.18).	
3	4	Решение НКЗ для вынужденных колебаний ограниченной струны с неоднородными граничными условиями ([8] № 4.22 – 4.24).	8
3	4	Решение НКЗ о малых поперечных колебаниях круглой однородной мембраны, закреплённой по краю, в среде, сопротивление которой пропорционально первой степени скорости. В начальный момент к поверхности мембраны приложена внешняя сила плотности, перпендикулярная плоскости невозмущённой мембраны. Начальные отклонения и скорости отсутствуют ([8] № 6.2).	8
3	4	Решение НКЗ для колебаний ограниченной мембраны ([8] № 6.5 – 6.7).	8
3	4	Решение НКЗ о колебаниях осесимметричной мембраны ([8] № 6.14 – 6.16).	8
3	2	Решение задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности методом преобразования Фурье ([17], [23], [24]).	8
3	2	Решение НКЗ для однородного уравнения теплопроводности с однородными граничными условиями ([8] № 7.1.1 – 7.1.3).	8
3	2	Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в кольце при заданных граничных условиях ([8] № 9.2.1 – 9.2.4).	8
3	4	Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круговом секторе при заданных граничных условиях ([8] № 9.3.1 – 9.3.4).	8
4	6	Нахождение характеристических чисел и собственных функций однородных уравнений Фредгольма 2-го рода с вырожденными несимметрическими ядрами ([3] № 3.13 (а – г)).	3
4	6	Исследование разрешимости и решение неоднородных уравнений Фредгольма 2-го рода при различных значениях параметра ([3] № 6.2 (а – м)).	3
4	6	Нахождение собственных значений и собственных функций задачи Штурма – Лиувилля ([3] № 7.2 (а – ж)).	3
4	6	Сведение задачи Штурма – Лиувилля к интегральному уравнению Фредгольма с симметрическим ядром ([3] № 7.3 (а – з)).	3
4	6	Нахождение характеристических чисел и собственных функций однородных уравнений Фредгольма 2-го с непрерывными симметрическими невырожденными ядрами ([3] № 7.4 (а – в)).	3
4	4	Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода. Метод регуляризации Тихонова ([2] Гл. 3, § 1, 2).	2
5	6	Различные типы цилиндрических функций ([1, 7]).	1, 7
5	4	Сферические функции ([1, 7]).	1, 7

5 семестр (54 часа)			
1	**2**	**3**	**4**
4	6	Изучение и решение экстремальных задач для функционалов, зависящих от производных высших порядков нескольких функций ([12] № 2.40).	12
4	6	Изучение и решение экстремальных задач для функционалов Больца, зависящих от одной функции ([12] № 2.52 – 2.54).	12
4	6	Изучение и решение экстремальных задач для функционалов Больца, зависящих от нескольких функции ([12] № 2.55 – 2.57).	12
4	6	Изучение и решение разрывных экстремальных задач для функционалов, зависящих от одной функций ([12] № 2.47, 2.48).	12
4	8	Изучение и решение разрывных экстремальных задач для функционалов, зависящих от нескольких функций ([12] № 2.49 – 2.51).	12
4	6	Решение изопериметрических задач ([12] № 3.7 – 3.13).	12
4	8	Решение задач нахождения программного управления с применением необходимых условий экстремума, полученных методом вариаций ([12] № 3.21 – 3.19).	12
4	8	Решение задач синтеза управления с полной и неполной обратной связью с использованием достаточных условий экстремума, полученных на основе принципа расширения ([12] № 3.31 – 3.32).	12

Виды, график контроля СРС **(*по решению кафедры УМКС/УМКН*)**

№ темы	Вид СРС	Вид контроля СРС	График контроля (№ недели)
4 семестр			
1-3	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Промежуточная аттестация (9)
4-5	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Экзамен (18)
5 семестр			
6	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Промежуточная аттестация (9)
6	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Зачёт (18)

10. Расчётно-графическая работа

Учебным планом не предусмотрено.

11. Курсовая работа

Учебным планом не предусмотрено.

12. Курсовой проект

Учебным планом не предусмотрено.

13. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

13.1. В процессе освоения образовательной программы у обучающегося в ходе изучения дисциплины Б.1.2.04 «Методы математической физики» должна сформироваться общепрофессиональная компетенция ОПК-2.

Под компетентностью ОПК-2 понимается способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

Для формирования компетенции ОПК-2 необходимы базовые знания и умения, полученные при изучении дисциплин Б.1.1.5 “Математика” и Б.1.1.6 “Физика”.

Формирования данной компетенции параллельно происходит в рамках учебных дисциплин Б.1.1.5 “Математика”, Б.1.1.6 “Физика”, Б.1.1.7 “ Химия”, Б.1.1.8 “Экология”, Б.1.2.5 “Квантовая механика и статистическая физика”, Б.1.2.9 “Электродинамика”, Б.1.2.10 “Физические основы квантовой и оптической электроники”, Б.1.3.4.1 “Методы нелинейной динамики”.

Код компетенции	**Этап формирования**	**Показатели оценивания**	**Критерии оценивания**		
			Промежуточная аттестация	Типовые задания	Шкала оценивания
ОПК-2	I (4 семестр)	Изучение следующих разделов методов математической физики: основные уравнения математической физики и методы их решения; интегральные уравнения; обобщённые и специальные функции. Применение полученных знаний и навыков при решении задач дисциплины Б.1.2.5 “Квантовая механика и статистическая физика” (5 семестр).	Экзамен	Вопросы для экзамена	В соответствии с пунктом 13.2 (5-балльная шкала)
ОПК-2	II (5 семестр)	Изучение следующих разделов методов математической физики: вариационное исчисление. Применение полученных знаний и навыков при решении задач дисциплины Б.1.2.5 “Квантовая механика и статистическая физика” (5 семестр).	Зачёт	Вопросы для зачёта	В соответствии с пунктом 13.3

Для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины Б.1.2.04 «Методы математической физики», проводится промежуточная аттестация в виде экзамена (4 семестр) и зачёта (5 семестр).

Вопросы для зачёта
5 семестр

1. Дайте определение локального экстремума функции $u = f(\mathbf{x})$ в точке $\mathbf{x}^0$. Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума. Какие точки называются стационарными; критиче-

скими? Какая функция называется квадратичной формой? Что такое матрица квадратичной формы и её главные миноры? Какая квадратичная форма называется: а) положительно (отрицательно) определённой; б) знакоопределённой; в) неположительно (неотрицательно) определённой (знакопеременной); в) квазизнакоопределённой? Какая матрица называется знакоопределённой? Приведите примеры квадратичных форм. Сформулируйте критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичной формы.

2. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума функции $u = f(\mathbf{x})$ в точке $\mathbf{x}^0$. Являются ли условия этой теоремы необходимыми условиями экстремума? Напишите выражение для второго дифференциала функции $u = f(\mathbf{x})$ в точке $\mathbf{x}^0$. Квадратичной формой от каких переменных является $d^2 f(\mathbf{x}^0)$? В каком случае в стационарной точке $\mathbf{x}^0$ отсутствует локальный экстремум функции $u = f(\mathbf{x})$? При каких условиях в точке $\mathbf{x}^0$ необходимы дополнительные исследования? Сформулируйте достаточные условия локального максимума (минимума) и отсутствия экстремума функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.

3. Сформулируйте определение условного экстремума функции $u = f(\mathbf{x})$ в точке $\mathbf{x}^0$. Что такое функция Лагранжа? Сформулируйте теорему о необходимых условиях Лагранжа условного экстремума. Как исследовать далее точку возможного условного экстремума, найденную методом Лагранжа? Как найти наибольшее и наименьшее значения функции многих переменных в замкнутой ограниченной области?

4. Сформулируйте классические задачи вариационного исчисления (задача Дидоны, задача И. Бернулли). В чём заключается основная задача вариационного исчисления?

5. Что такое функционал? Чем он отличается от функции? Дайте понятие нормы и её роли в функциональном пространстве. Сформулируйте аксиомы для нормы. Как определяется норма и расстояние между функциями в функциональных пространствах $C[a, b]$ и $C^1[a, b]$? Как определяется норма в пространстве $L_2[a, b]$? Какое пространство называют банаховым? Приведите примеры банаховых пространств. Дайте понятие сильной и слабой ε-окрестности функции $y_0 \in C^1[a, b]$. Какая между ними связь? Что называют сильным и слабым экстремумом функционала? Как они связаны между собой?

6. Какой функционал называется непрерывным? Линейным? Что такое вариация функции $y_0(x)$? Допустимая вариация? Какой функционал называют дифференцируемым в точке y? Что называют сильным дифференциалом функционала? Дайте определение первой вариации функционала. В каком случае её называют слабым дифференциалом? Как связаны между собой сильный и слабый дифференциалы для дифференцируемых функционалов?

7. Найдите сильный дифференциал для функционала $J[y] = \int_a^b f(x, y)dx$ и слабый дифференциал для функционала $J[y] = \int_a^b f(x, y, y')dx$. Какие функционалы называют интегральными? Приведите примеры.

8. Найдите сильный дифференциал для функционала $J[y] = \int_a^b f(x, y)dx$. Сформулируйте и докажите лемму Лагранжа. Каково назначение этой леммы? Сформулируйте лемму Дюбуа-Реймона.

9. Дайте определение сильного (слабого) минимума (максимума) функционала? Что такое сильный (слабый) экстремум функционала? Точка экстремума? Найдите слабый дифференциал для функционала $J[y] = \int_a^b f(x, y, y')dx$. Сформулируйте простейшую (элементарную) задачу вариационного исчисления. Какие условия накладываются на допустимую вариацию функции $y(x)$?

10. Сформулируйте необходимые условия слабого экстремума функционала $J[y]=\int\limits_a^b f(x,y,y')dx$ (2 теоремы). Как они связаны с сильным экстремумом? Что называют уравнением Эйлера для функционала $J[y]=\int\limits_a^b f(x,y,y')dx$? Что такое экстремали функционала?

11. Запишите уравнение Эйлера для функционала $J[y]=\int\limits_a^b f(x,y,y')dx$. Рассмотрите частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера (5 случаев).

12. Найдите экстремали функционала в задаче И. Бернулли $J[y]=\frac{1}{\sqrt{2g}}\int\limits_0^b \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{\sqrt{y}}dx \to \min$; $y(0)=0$, $y(b)=y_B>0$.

13. Получите необходимые условия экстремума (систему уравнений Эйлера) для функционала $J[y_1,y_2]=\int\limits_a^b f(x,y_1,y_2,y_1',y_2')dx$ от двух функций одной независимой переменной.

14. Получите необходимые условия экстремума (уравнения Эйлера – Лагранжа) для функционала $J[y]=\int\limits_a^b f(x,y,y',y'')dx$ с производной второго порядка.

15. Дайте определения билинейного и квадратичного функционалов. Как определяется положительная (отрицательная) и неотрицательная (неположительная) определённость квадратичного функционала? Какой функционал называется дважды дифференцируемым в точке y? Что называют второй вариацией такого функционала? Сформулируйте необходимое условие экстремума второго порядка дважды дифференцируемого функционала. Сформулируйте достаточное условие минимума для такого функционала.

16. Найдите вторую вариацию функционала $J[y]=\int\limits_a^b f(x,y,y')dx$ и исследуйте её на функциях $h(x)$, для которых $h(a)=h(b)=0$. Сформулируйте необходимое и достаточное условие положительной определённости второй вариации данного функционала. Сформулируйте достаточные условия экстремума дважды дифференцируемого функционала.

17. Когда удобно решать вариационную задачу в параметрической форме? Какими свойствами обладает подынтегральная функция в простейшей задаче вариационного исчисления после перехода к параметру? Можно ли утверждать обратное? Как формулируется соответствующая теорема? Являются ли уравнения системы уравнений Эйлера для задачи в параметрической форме независимыми? Почему?

18. Поставьте элементарную задачу вариационного исчисления с подвижными концами. *Является ли класс допустимых функций в данной задаче более широким или более узким, чем в задачах с закреплёнными концами?* Выведите естественные граничные условия. В чём заключается в данном случае «смешанная» задача? *Где меньше (больше) минимальное (максимальное) значение функционала: в задаче с закреплёнными концами или со свободными?*

19. Поставьте элементарную задачу вариационного исчисления с подвижными границами. Сформулируйте необходимые условия экстремума функционала. Что связывают между собой условия трансверсальности? Запишите алгоритм решения задачи с подвижными границами. Как изменяются условия трансверсальности в следующих случаях: а) на одном из концов искомой кривой задано обычное граничное условие; б) одна из граничных точек перемещается только по вертикальной прямой; в) одна из граничных точек перемещается только по горизонтальной прямой? *В какой задаче минимальное значение функционала меньше (или максимальное больше): при закреплённых концах или при их движении по заданным линиям?*

20. Поставьте задачу отыскания экстремума функционала $J[y_1, y_2] = \int\limits_a^b f(x, y_1, y_2, y_1', y_2')\,dx$ при условии, что концы закреплены, и имеются ограничения. Как называется такая задача? Чем отличаются голономные связи от неголономных? Сформулируйте необходимые условия экстремума в случае неголономных и голономных ограничений. Какая задача называется изопериметрической в узком смысле слова? Приведите примеры таких задач. Какая задача называется изопериметрической в широком смысле слова? Что такое условия изопериметричности? Как применяется метод множителей Лагранжа для решения таких задач? Когда неопределённые множители Лагранжа будут функциями от x, а когда постоянными?

Вопросы для экзамена
4 семестр

1. Что такое математическая физика? Какие уравнения называют уравнениями математической физики? Какие физические явления они описывают? Какова их связь с дифференциальными уравнениями в частных производных (УЧП)? Что такое УЧП? Что называют решением УЧП? Приведите наиболее важные УЧП. Почему необходимо изучать УЧП?
2. Приведите методы решения УЧП (10 методов). Основные методы классификации УЧП (порядок; число переменных; линейность); примеры. Для чего нужна классификация? Отличие УЧП от обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).
3. Дайте определение линейного УЧП второго порядка с двумя независимыми переменными. Дайте понятие однородного и неоднородного УЧП; с постоянными и с переменными коэффициентами. Что называют квадратичной формой, соответствующей линейному УЧП, и матрицей этой квадратичной формы? Как классифицируют линейные УЧП второго порядка в зависимости от собственных значений матрицы квадратичной формы (3 типа)? Какие физические процессы описывает каждый тип уравнений? Как может измениться тип уравнения в случае переменных коэффициентов? Запишите канонический вид для каждого типа уравнений.
4. Что называют дифференциальным уравнением характеристик линейного УЧП второго порядка? Что называют характеристической линией (характеристикой) этого уравнения? Сформулируйте и докажите теорему о нахождении характеристик линейного УЧП второго порядка. Сколько семейств характеристик имеет каждый тип уравнений? Изложите алгоритм приведения линейного УЧП второго порядка к каноническому виду методом характеристик.
5. Запишите основные типы уравнений математической физики (3 типа). Выведите уравнение колебаний струны.
6. Запишите основные типы уравнений математической физики (3 типа). Выведите уравнение теплопроводности.
7. Как ставятся задачи для уравнений математической физики (колебаний струны и теплопроводности): граничные условия; начальные условия; задача Коши для бесконечной струны или пространства. Типы краевых задач математической физики: задача Дирихле; задача Неймана; смешанная краевая задача. Корректность постановки задач математической физики. Приведите пример Адамара некорректно поставленной задачи.
8. Изложите метод Даламбера нахождения решения задачи Коши о колебаниях бесконечной струны. Каков физический смысл общего решения волнового уравнения?
9. Изложите метод Фурье разделения переменных нахождения решения краевой задачи о колебаниях струны, закреплённой на концах: условия применимости метода Фурье; задача Штурма – Лиувилля. Найдите собственные значения и собственные функции задачи Штурма – Лиувилля.
10. Изложите суть метода Фурье разделения переменных. Найдите решение задачи Штурма – Лиувилля на основе найденных собственных значений и собственных функций. Каков физический смысл общего решения?
11. Как производится преобразование неоднородных граничных условий в однородные для уравнения теплопроводности? Как решается новая задача? Какой вид имеет её решение?

12. Найдите решение уравнения распространения тепла в бесконечном стержне методом преобразования Фурье (задача Коши для уравнения теплопроводности). Как называют найденное решение? Сделайте анализ полученного результата.

13. Какой вид имеет уравнение теплопроводности для стационарного случая (уравнение Лапласа)? Преобразуйте уравнение Лапласа для плоского случая к полярным координатам.

14. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье: постановка задачи; получение решения в виде ряда.

15. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье: постановка задачи; преобразование решения в виде ряда в решение в виде интеграла Пуассона; ядро Пуассона. Какова физическая интерпретация решения поставленной задачи?

16. Дайте определение интегрального уравнения (ИУ). Как называются функции, входящие в ИУ? Приведите классификацию линейных ИУ: а) 1-го, 2-го рода; б) Фредгольма, Вольтерра; в) однородные, неоднородные. Как меняется классификация в зависимости от области интегрирования? Какое уравнение называется союзным к ИУ? В каком случае ядро ИУ называется эрмитовым? Симметричным? Полярным? Слабополярным? Вырожденным?

17. Рассмотрите физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям Вольтерра и Фредгольма (1-го и 2-го рода).

18. Запишите однородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Что называют характеристическим значением и собственной функцией этого ИУ? Что такое собственное число ИУ? Сформулируйте условия, при которых существует, по крайней мере, одно собственное значение и собственная функция ИУ. Какое соответствие между собственными значениями и собственными функциями? Что такое ранг собственного значения и чему он может быть равен? Для какого ядра различным собственным значениям соответствую ортогональные между собой собственные функции? Сколько собственных функций имеет вырожденное ядро? Изложите алгоритм решения однородного уравнения Фредгольма 2-го рода в случае вырожденного ядра. Для какого ядра собственные значения вещественные?

19. Запишите неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Какие ядра для этого ИУ называются повторными? Для каких ядер и при каком условии решение этого ИУ единственно? В чём заключается метод последовательных приближений и метод резольвенты решения этого ИУ? Какая связь между собственными значениями ядра данного уравнения и союзного к нему? Сформулируйте три теоремы Фредгольма относительно собственных значений ядра.

20. Запишите неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Изложите метод решения этого уравнения в случае вырожденного ядра. Как найти решение этого уравнения в случае вещественного симметричного ядра?

21. Запишите неоднородное уравнение Вольтерра 2-го рода. Изложите метод последовательных приближений и метод резольвенты решения этого ИУ. Какое решение имеет однородное уравнение Вольтерра 2-го рода? Изложите методы решения этого ИУ путём сведения его к дифференциальному уравнению (2 способа).

22. Запишите неоднородное уравнение Вольтерра 2-го рода с разностным ядром. Изложите методы его решения (2 способа).

23. Запишите неоднородное уравнение Вольтерра 1-го рода. Опишите задачу, приводящую к этому уравнению. Сформулируйте необходимое условие существования решения этого ИУ. Изложите методы решения уравнения Вольтерра 1-го рода для различных ядер (2 способа).

24. Общее понятие обобщённой функции. Понятие дельта-функции. Пространство основных функций. Обобщённые функции.

25. Операции над обобщёнными функциями. Дифференцирование обобщённых функций.

26. Последовательность обобщённых функций и её предел. Дельтаобразные последовательности функций. Доказать равенство $\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega x}\, d\omega = \delta(x)$.

27. Свёртка обобщённых функций. Основные свойства свёртки.

28. Преобразование Фурье обобщённых функций.

29. Общее понятие специальных функций. Бета-функция и её свойства.

30. Гамма-функция и её свойства. Вычислить $\Gamma(1)$.

31. Функции Бесселя.

32. Некоторые свойства функций Бесселя: 1) рекуррентные соотношения; 2) корни функций Бесселя.

Тестовые задания по дисциплине

4 семестр
Уравнения математической физики

1. *Уравнение в частных производных* $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ *описывает...*
   1) свободные колебания струны
   2) вынужденные колебания струны
   3) колебания струны в среде с сопротивлением
   4) распространение тепла в стержне с источниками
2. *Уравнение в частных производных* $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ *описывает...*
   1) распространение тепла в стержне
   2) свободные колебания струны
   3) вынужденные колебания струны
   4) распределение потенциала в длинной линии
3. *Уравнение в частных производных* $u_t = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ *описывает...*
   1) свободные колебания струны
   2) вынужденные колебания струны
   3) колебания струны в среде с сопротивлением
   4) распространение тепла в стержне с источниками тепла
4. *Уравнение в частных производных* $u_t = a^2 u_{xx}$ *описывает...*
   1) распространение тепла в стержне
   2) колебания бесконечной струны
   3) колебания конечной струны
   4) свободные колебания струны
5. Выберите все верные варианты
   При выводе уравнения малых поперечных колебаний струны используются гипотезы ...
   1) колебания струны - малые
   2) струна абсолютно жесткая
   3) материал струны неупругий
   4) силы трения отсутствуют
6. *Одномерное волновое уравнение имеет вид*
   1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$ 2) $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$ 3) $u_t = a^2 u_{xx}$ 4) $u_{xx} = a^2 u_{tt}$
7. *Начальные условия для уравнения колебаний струны*
   1) $u(0,t) = f(x),\quad u_x(0,t) = F(x)$ 2) $u(x,0) = f(x),\quad u_t(x,0) = F(x)$
   3) $u(0,t) = f(t),\quad u_x(0,t) = F(t)$ 4) $u(x,0) = f(x),\quad u_x(x,0) = F(x)$
8. *Решение задачи колебаний бесконечной струны с начальным отклонением f(x) и нулевой начальной скоростью...*
   1) $u(x,t) = \dfrac{f(x+at) + f(x-at)}{2}$ 2) $u(x,t) = \dfrac{f(t+ax) + f(t-ax)}{2}$
   3) $u(x,t) = \dfrac{f(t+ax) - f(t-ax)}{2}$ 4) $u(x,t) = \dfrac{1}{2a} \displaystyle\int_{x-at}^{x+at} f(z)\,dz$
9. *При решении волнового уравнения по методу Фурье, чтобы удовлетворить граничным*

условиям

1) раскладывают решение в ряд по собственным функциям
2) находят коэффициенты ряда, используя ортогональность собственных функций
3) представляют решение уравнения в форме произведения двух функций
4) решают задачу Штурма-Лиувилля

10. *Уравнение линейной теплопроводности имеет вид*

1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$ 2) $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$ 3) $u_t = a^2 u_{xx}$ 4) $u_x = a^2 u_{tt}$

11. *Начальное условие для уравнения теплопроводности*

1) $u(x,0) = f(x), \quad u_x(x,0) = F(x)$ 2) $u(x,0) = f(x)$

3) $u(0,t) = f(t)$ 4) $u_x(x,0) = f(x)$

12. *Задача теплопроводности в бесконечном стержне решается по методу*

1) Даламбера 2) Лапласа 3) Пуассона 4) Фурье

13. *Уравнение теплопроводности для стержня имеет вид:*

1) $u_{tt} + a^2 u_{xx} = 0$ 2) $u_{tt} = a^2 u_x$ 3) $u_t = a^2 u_{xx}$ 4) $u_{yy} = a^2 u_{xx}$

14. *Для уравнения эллиптического типа интегралы уравнения . . . имеют вид* $\varphi(x,y) \pm i\psi(x,y) = C_{1,2}$, *где* $\varphi(x,y)$ *и* $i\psi(x,y)$ *– вещественные функции.*

15. *Уравнение* $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = F(x,y,z,\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y})$ *называется . . . уравнением эллиптического типа.*

16. *Уравнение в частных производных* $u_{xx} + u_{xy} + u_{yy} + 2u_x + 4u = 0$ *относится к уравнениям ... типа*

17. *Уравнение в частных производных* $3u_{xx} - 4u_{xy} + u_x + u_y + 5 = 0$ *относится к уравнениям ... типа*

18. *Уравнение в частных производных* $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 4u = 0$ *относится к уравнениям ... типа*

19. *Уравнение в частных производных* $a^2 u_{xx} - b^2 u_{yy} = f(x,y,u,u_x,u_y)$ *относится к уравнениям ... типа*

20. *Уравнение в частных производных* $a^2 u_{xx} + b^2 u_{yy} = f(x,y,u,u_x,u_y)$ *относится к уравнениям ... типа*

21. *Найти решение уравнения* $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ *методом Даламбера* $u(x,0) = x^2, \quad u_t(x,0) = 0$ *при* $x = 1, \quad t = 1.$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6 7) 7 8) 8

22. *Собственные функции* $X_n(x)$ *задачи Штурма – Лиувилля* $X'' + \lambda^2 X = 0,\ X(0) = 0,\ X(L) = 0$ *равны...*

1) $X_n(x) = \cos\dfrac{n\pi x}{L}, \quad n = 1,2,3,...$ 2) $X_n(x) = \sin\dfrac{n\pi x}{L}, \quad n = 1,2,3,...$

3) $X_n(x) = \sin\dfrac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad n = 1,2,3,...$ 4) $X_n(x) = \cos\dfrac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad n = 1,2,3,...$

Интегральные уравнения

Найти резольвенту и решить интегральное уравнение

$$u(x) = 1 + x^2 + \int_0^x \frac{1+x^2}{1+y^2} u(y)dy.$$

Решить интегральное уравнение

$$u(x) = \lambda \int_0^\pi \cos^2(x-y)u(y)dy + 1 + \cos 4x.$$

Найти итерированное ядро $K_2(x,y)$ для уравнения Фредгольма с $K(x,y) = \exp(|x| + y)$ и $a = -1,\ b = 1$.

Найти все характеристические числа и соответствующие собственные функции интегрального уравнения

$$u(x) = \lambda \int_0^\pi [\sin x \sin 4y + \sin 2x \sin 3y + \sin 3x \sin 2y + \sin 4x \sin y] u(y)dy.$$

С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение

$$u(x) = \cos x + \int_0^x u(y)dy.$$

Решить интегральные уравнения методом конечных сумм, либо методом моментов. В методе моментов использовать функции $\varphi_k(x) = x^k$, $k = 0,1,2,\ldots,n$.

$$u(x) - 4\int_0^1 \sin^2(xy^2)u(y)dy = 2x - \pi.$$

5 семестр

Вариационное исчисление

1. *Кривая, соединяющая две точки O и B в вертикальной плоскости, чтобы материальная точка скатывалась без скольжения по этой кривой от точки O до точки B под действием силы тяжести в наименьшее время называется . . .*
2. *Линейное нормированное полное пространство называется . . . пространством*
3. *Гладкие решения уравнения* $\frac{d}{dx}f'_{y'} - f'_y = 0$ *называются . . . для функционала* $J[y] = \int_a^b f(x,y,y')\,dx.$
4. *Уравнение* $\frac{d}{dx}f'_{y'} - f'_y = 0$ *называется уравнением . . . для функционала* $J[y] = \int_a^b f(x,y,y')dx.$
5. *В нормированном пространстве разность* $y(x) - y_0(x) = \delta y(x)$ *называется . . . функции* $y_0(x)$.
6. *Линейный фунционал* $J_1[y,\delta y]$ *в приращении* $\Delta J[y] = J[y+\delta y] - J[y] = J_1[y,\delta y] + o(\delta y)$ *называют …*
7. *Предел* $\lim\limits_{\alpha\to 0}\frac{J[y+\alpha\delta y] - J[y]}{\alpha} = \frac{d}{d\alpha}J[y+\alpha\delta y]\Big|_{\alpha=0}$ *называют . . . функционала* J.

8. *Для данного функционала* $J[y]$

и данной функции $y \in M$ *будем называть вариацию* δy

этой функции . . . , если $(y+\delta y) \in M$.

9. *Если функционал дифференцируем в точке, то его дифференциал Гато в этой точке существует и совпадает с . . .*

10. *Необходимое условие экстремума функционала*

$\frac{d^2}{dx^2} f'_{y''} - \frac{d}{dx} f'_{y'} + f'_y = 0$ *называют уравнением . . .*

Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине Б.1.2.04 «Методы математической физики» включает учёт успешности выполнения практических работ, самостоятельной работы и сдачу экзамена (4 семестр) и зачёта (5 семестр).

Практические работы считаются успешно выполненными в случае предоставления в конце занятия отчёта, включающего тему работы, ход решения практических заданий и защите практического занятия – ответе на вопросы по теме работы. Шкала оценивания – «зачтено / не зачтено». *«Зачтено»* за практическую работу ставится в случае, если она полностью правильно выполнена, при этом обучающимся показано свободное владение материалом по дисциплине. *«Не зачтено»* ставится в случае, если работа решена неправильно, тогда она возвращается студенту на доработку и затем вновь сдаётся на проверку преподавателю.

Самостоятельная работа считается успешно выполненной в случае предоставления письменного отчёта по каждой теме. Темы соответствуют пункту 9 рабочей программы. Отчёт должен включать в себя тему работы, ход решения практических заданий и защиту – ответ на вопросы по теме работы. Шкала оценивания – «зачтено / не зачтено». *«Зачтено»* за каждую тему самостоятельной работы ставится в случае, если она полностью правильно выполнена, при этом обучающимся показано свободное владение материалом по дисциплине. *«Не зачтено»* ставится в случае, если работа решена неправильно, тогда она возвращается студенту на доработку и затем вновь сдаётся на проверку преподавателю.

13.2. В конце 4 семестра студенты сдают экзамен по дисциплине Б.1.2.04 «Методы математической физики».

К *экзамену* по дисциплине обучающиеся допускаются при:

– предоставлении всех отчётов по всем практическим работам и защите всех занятий;

– сдачи всех отчётов по всем темам самостоятельной работы и их защите.

Экзамен сдаётся письменно, по билетам, в которых представлено 2 вопроса из перечня «Вопросы для экзамена». Оценивание результатов экзамена проводится по 5-балльной шкале.

Оценка *«5»* (*отлично*) ставится при:

– правильном, полном и логично построенном ответе;

– умении оперировать специальными терминами;

– использовании в ответе дополнительного материала;

– иллюстрировании теоретических положений практического материала.

Оценка *«4»* (*хорошо*) на экзамене ставится при:

– правильном, полном и логично построенном ответе;

– умении оперировать специальными терминами;

– использовании в ответе дополнительного материала;

– иллюстрировании теоретических положений практического материала;

но в ответе:

– имеются негрубые ошибки или неточности;

– возможны затруднения в использовании практического материала;

– делаются не вполне законченные выводы или обобщения.

Оценка *«3»* (*удовлетворительно*) ставится при:

– схематичном неполном ответе;

– неумении оперировать специальными терминами или их незнание;
– ответе с одной грубой ошибкой;
– неумении приводить примеры практического использования научных знаний.

Оценка *«2»* (*неудовлетворительно*) ставится при:
– схематичном ответе;
– неумении оперировать специальными терминами или их незнании;
– ответе с двумя грубыми ошибками;
– неумении приводить примеры практического использования научных знаний.

13.3. В конце 5 семестра студенты сдают зачёт по дисциплине Б.1.2.04 «Методы математической физики».

К *зачёту* по дисциплине обучающиеся допускаются при:
– предоставлении всех отчётов по всем практическим занятиям и защите всех практических занятий;
– сдачи всех отчётов по всем темам самостоятельной работы и их защите.

Зачёт сдается письменно, по билетам, в которых представлено 2 вопроса из перечня «Вопросы для зачёта». Оценивание проводится по принципу «зачтено» / «не зачтено».

«Зачтено» ставится при:
– правильном, полном и логично построенном ответе;
– умении оперировать специальными терминами;
– использовании в ответе дополнительного материала;
– умении решать практические задачи,

но в ответе могут иметься:
– негрубые ошибки или неточности;
– затруднения в использовании практического материала;
– не вполне законченные выводы или обобщения.

«Не зачтено» ставится при:
– схематичном неполном ответе;
– неумении оперировать специальными терминами или их незнании.

14. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины Б.1.2.04 «Методы математической физики» используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и активные методы обучения (с использованием компьютерных технологий при выполнении текущих и индивидуальных заданий, в процессе тестирования).

При проведении лекционных занятий по дисциплине преподаватель использует аудиовизуальные, компьютерные и мультимедийные средства обучения.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет не менее 20%.

Тема занятия	Вид занятия	Интерактивная форма
4 семестр (26 часов)		
Общие сведения об УЧП. Понятие УЧП. Наиболее важные УЧП. Необходимость изучения УЧП. Методы решения УЧП. Основные методы классификации УЧП.	лекция	метод проектов
Приведение линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных про-	практическое	мастер-класс

изводных с переменными коэффициентами к каноническому виду методом характеристик		
Изучение задач, приводящих к уравнениям математической физики.	практическое	мастер-класс
Метод Даламбера решения задачи Коши для неограниченной струны. Метод Фурье (разделения переменных) решения задачи о колебаниях ограниченной струны. Общая схема его применения.	лекция	метод проектов
Решение уравнения колебаний бесконечной струны методом характеристик для различных форм и скоростей струны в начальный момент времени.	практическое	метод проектов
Применение метода разделения переменных (метода Фурье) для решения уравнения колебаний конечной струны.	практическое	мастер-класс
Однородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Характеристические числа и собственные функции.	лекция	дискуссия
Решение задач на нахождение характеристических чисел и собственных функций заданных уравнений с вырожденным ядром.	практическое	мастер-класс
Метод последовательных приближений и резольвента для уравнения Вольтерра 2-го рода. Решение уравнения Вольтерра 2-го рода путём сведения его к дифференциальному уравнению.	лекция	метод проектов
Решение неоднородных уравнений Фредгольма 2-го рода методом последовательных приближений.	практическое	мастер-класс
Решение уравнений Вольтерра 1-го рода методом сведения их к уравнениям Вольтерра 2-го рода.	практическое	мастер-класс
Понятие дельта-функции. Пространство основных функций. Обобщённые функции. Операции над обобщёнными функциями. Дифференцирование обобщённых функций.	лекция	дискуссия
Решение задач на применение функций Бесселя.	практическое	мастер-класс
4 семестр (14 часов)		
Примеры задач вариационного исчисления. Функционал и функциональные пространства: определение; норма функции; примеры функциональных пространств; расстояние между функциями; сильная и слабая окрестности функции; сильный и слабый экстремумы.	лекция	дискуссия
Нахождение расстояний между функциями. Вычисление функционалов. Нахожде-	практическое	мастер-класс

ние приращений и вариаций функционалов.		
Дифференцируемость функционала: непрерывность; линейность; сильный и слабый дифференциалы. Основные леммы вариационного исчисления.	лекция	метод проектов
Понятие об экстремуме функционала. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума функционала. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.	лекция	метод проектов
Решение экстремальных задач на частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.	практическое	мастер-класс
Решение экстремальных задач для функционалов, зависящих от двух функций одной независимой переменной.	практическое	мастер-класс
Решение экстремальных задач для функционалов, зависящих от производных высших порядков.	практическое	мастер-класс

15. Перечень учебно-методического обеспечения для обучающихся по дисциплине

1. Обязательные издания

1. *Балабан О.М.* Математические методы физики [Электронный ресурс]: учеб. пособие для бакалавров направления 220100 "Системный анализ и управление" / О.М. Балабан, П.Б. Федоров; Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Саратовский гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю.А.". – Электрон. текстовые дан. – Саратов: СГТУ, 2013. – 1 эл. опт. диск (CD-RW). – Систем. требования: Windows 98, 2000; XP; Vista; CD-ROM; Acrobat Reader. – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/0321305068.pdf.
2. *Волков В.Т.* Интегральные уравнения [Электронный ресурс]: вариационное исчисление: курс лекций: учеб. пособие / В.Т. Волков, А.Г. Ягола; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Физ. фак. – Электрон. текстовые дан. – М.: КДУ, 2008. – Систем. требования: 128 MB RAM оперативной памяти. – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/index.php/elmrazdel/melellib/3321-elreselibonline.
3. *Волков В.Т.* Интегральные уравнения [Электронный ресурс]: вариационное исчисление: методы решения задач: учеб. пособие / В.Т. Волков, А.Г. Ягола; Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, Физ. фак. – Электрон. текстовые дан. – М: КДУ, 2007. – Систем. требования: Pentium II, 128 Мб ОЗУ, Windows 98/2000/ME/XP/Vista/7, Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/index.php/elmrazdel/melellib/3321-elreselibonline.
4. *Захаров Е.В.* Уравнения математической физики: учебник / Е.В. Захаров, И.В. Дмитриева, С.И. Орлик. – М.: ИЦ "Академия", 2010. – 320 с. – Имеется электронный аналог печатного издания.
   Экземпляры всего: 10.
5. *Захаров Е.В.* Уравнения математической физики: учебник / Е.В. Захаров, И.В. Дмитриева, С.И. Орлик. – М.: ИЦ "Академия", 2010. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Pentium II, 128 Мб ОЗУ, Windows 98/2000/ME/XP/Vista/7, CD/DVD ROM, Adobe Acrobat Reader. – Электронный аналог печатного издания. – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/Ld_163.pdf.

2. Дополнительные издания

6. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики [Электронный ресурс] / Владимиров В.С., Жаринов В.В. – Электрон. текстовые данные. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17486. – ЭБС «IPRbooks», по паролю.
7. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 ч.: учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко [и др.]. – 7-е изд., испр. – М.: Оникс: Мир и Образование, (2009, 2008, 2007, 2005). – Ч. 2. – 448 с.
   Экземпляры всего: 10.
8. *Емельянов В.М.* Уравнения математической физики: практикум по решению задач: учеб. пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 224 с.
   Экземпляры всего: 20.
9. *Киреев В.И.* Численные методы в примерах и задачах: учеб. пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. – 2-е изд., стереотип. – М.: Высш. школа, 2006. – 480 с.
   Экземпляры всего: 9.
10. *Крупин В.Г.* Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Г. Крупин, А.Л. Павлов, Л.Г. Попов. – Москва: Издательский дом МЭИ, 2011. – 352 с. – Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/MPEI200.html.
11. *Мышкис А.Д.* Математика для технических вузов. Специальные курсы [Электронный ресурс]: учеб. / А. Д. Мышкис. – 3-е изд., стер. – Электрон. текстовые дан. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2009. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Прил.: Pentium III 900 Мгц; Adobe Acrobat Reader. – Загл. с этикетки диска. – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/Ld_2.pdf.
12. *Пантелеев А.В.* Вариационное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие / А.В. Пантелеев. – М.: Высш. школа, 2006. – 272 с.
    Экземпляры всего: 7.
13. *Романко В.К.* Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / В.К. Романко. – 3-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 344 с. – Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307821.html.
14. *Тарабрин Г.Т.* Методы математической физики [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Г.Т. Тарабрин. – Москва: АСВ, 2009. – 208 с. –
    Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785930936148.html.
15. *Тер-Крикоров А.М.* Курс математического анализа [Электронный ресурс]: учеб. пособие для вузов / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. – 5-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 672 с. –
    Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307968.html.

3. Периодические издания

16. Журнал вычислительной математики и математической физики: РАН. – М.: Наука. – (1990 – 2015). – №1 – 12. – ISSN0044-4669.
17. Известия вузов. Математика: науч.-теорет. журн. – Казань: Казанский гос. ун-т им. В.И. Ульянова-Ленина. – (1990 – 2015). – №1 – 12. – ISSN0021-3446.
18. Прикладная математика и механика: РАН. – М.: Наука. – (1990 – 2015). – №1 – 6. – ISSN0032-8235.

4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

19. Контрольные работы по методам математической физики: метод. указания к выполнению контрольных работ для студентов дневной формы обучения / сост.: А.Е. Дмитриев, П.Б. Фёдоров. – Саратов: СГТУ, 2006. – 32 с. – Фонд кафедры ПМиСА СГТУ.
    Экземпляры всего: 10.

5. Интернет-ресурсы

20. http://benran.ru – библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук.
21. http://elibrary.ru – научная электронная библиотека.
22. http://lib.mexmat.ru – электронная библиотека механико-математического факультета МГУ.
23. http://mathnet.ru – общероссийский математический портал.

6. Источники ИОС

Весь лекционный материал размещён в электронной форме в ИОС ФГОС 3+ направления б-ЭЛНЭ интернет-ресурсов СГТУ имени Гагарина Ю.А.

24. https://portal3.sstu.ru/Facult/INETM/EPU/ELNE/B.1.2.4-4/default.aspx – лекционный материал за 4 семестр.
25. https://portal3.sstu.ru/Facult/INETM/EPU/ELNE/B.1.2.4-5/default.aspx – лекционный материал за 5 семестр.

16. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима лекционная аудитория общей площадью не менее 60 кв.м., оснащённая интерактивной доской, ноутбуком и проектором.

Для практических занятий необходима учебная аудитория общей площадью не менее 40 кв.м., оснащённая меловой или маркерной доской, интерактивной доской, ноутбуком, проектором и имеющая доступ к проводному Интернету либо к *Wi-fi*.

Для выполнения самостоятельной работы обучающиеся могут воспользоваться аудиторией учебно-научной лаборатории каф. ПМиСА, оснащённой 20 компьютерами, интерактивной доской и мультимедийным проектором, а также Электронно-библиотечной системой вуза.

Для оформления презентаций к самостоятельным работам обучающимся необходимы пакеты программ Microsoft Office (Excel, Word, Power Point, Adobe Reader), Internet Explorer, или других аналогичных. На некоторых практических занятиях необходимо использовать пакеты прикладных программ MathCad, MatLab.