

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Прикладная математика и системный анализ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине

Б.1.1.5 «Математика»

направления подготовки

22.03.01 «Материаловедение и технология материалов»

Профиль 1 – Материаловедение и технология новых материалов

форма обучения – очная

курс – 1, 2

семестр – 1, 2, 3

зачётных единиц – 13

часов в неделю – 4, 4, 4

академических часов – 468

в том числе:

лекции – 84

коллоквиум – 24

практические занятия – 108

лабораторные занятия – нет

самостоятельная работа – 252

зачёт – 1 семестр

экзамен – 2, 3 семестр

расчётно-графическая работа – 2, 3 семестр

курсовая работа – нет

курсовой проект – нет

1. Цели и задачи дисциплины

1.1. Цель преподавания дисциплины:

- формирование личности студентов, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений для осуществления научно-технического прогресса и выбора наилучших способов реализации этих решений, методам обработки и анализа результатов численных и натуральных экспериментов.

1.2. Задачи изучения дисциплины:

- продемонстрировать студентам на примерах математических понятий и методов сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в осуществлении научно-технического прогресса;
- научить студентов приемам исследования и решения математически формализованных задач;
- выработать у студентов умение анализировать полученные результаты, привить им навыки самостоятельного изучения литературы по математике и её приложениям.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Перечень дисциплин, для усвоения которых студентам необходимо изучение данной дисциплины:

- физика: законы Ньютона и законы сохранения, принципы теории относительности Эйнштейна, элементы механики жидкостей и газов, законы термодинамики, статистические распределения, законы электростатики, природа магнитного поля и поведение веществ в магнитном поле, законы электромагнитной индукции, волновые процессы, геометрическая и волновая оптика, основы квантовой механики, строения ядра, строение многоэлектронных атомов, классификация элементарных частиц;
- информационные технологии: основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач;
- прикладная механика: методы решения дифференциальных уравнений, дифференциальное и интегральное исчисления;
- электротехника и электроника: методы решения дифференциальных уравнений; теория функций комплексного переменного.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

- ОПК-3: готовность применять фундаментальные математические, естественнонаучные и общеинженерные знания в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины студент:

- *должен знать* основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, гармонического анализа; основы теории вероятностей, математической статистики;
- *должен уметь* применять методы математического анализа и моделирования;
- *должен владеть* методами математического описания физических явлений и процессов, определяющих принципы работы различных технических устройств.

4. Распределение трудоёмкости (час.) дисциплины по темам и видам занятий

№ модуля	№ недели	№ темы	Наименование темы	Часы/из них в интерактивной форме					
				всего	лекции	коллокви.	лаб. зан.	пр. зан.	СРС
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 семестр				144/14	28/6	8	-	36/8	72
1	1-7	1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	56/6	10/2	4	-	14/4	28
2	8-10	2	Введение в математический анализ	24/2	4	2	-	6/2	12
2	11-13	3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	24/4	6/2	-	-	6/2	12
2	14	4	Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций	8	2	-	-	2	4
2	15	5	Комплексные числа. Многочлены в комплексной области	8	2	-	-	2	4
2	16-18	6	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	24/2	4/2	2	-	6	12
2 семестр				144/16	28/8	8	-	36/8	72
1	1-3	7	Интегральное исчисление функций одной переменной: неопределённый и определённый интегралы	20	6	-	-	6	8
1	4-7	8	Дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	36/4	4/2	4	-	8/2	20
2	8-11	9	Теория числовых и функциональных рядов. Ряды Фурье. Элементы гармонического анализа	32/4	8/2	-	-	8/2	16
2	12-14	10	Кратные интегралы	24/4	4/2	2	-	6/2	12
2	15-18	11	Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля	32/4	6/2	2	-	8/2	16
3 семестр				180/16	28/8	8	-	36/8	108
1	1-6	12	Теория функций комплексной переменной. Операционное исчисление	60/4	8/2	4	-	12/2	36
2	7-14	13	Элементы комбинаторики. Теория вероятностей	80/8	14/4	2	-	16/4	48
2	15-18	14	Математическая статистика	40/4	6/2	2	-	8/2	24
Всего				468/48	84/24	24	-	108/24	252

5. Содержание лекционного курса

№ темы	Всего часов	№ лекции	Тема лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5
1 семестр (28 часов)				
1	2	1	Определители и их свойства. Определители второго и третьего порядков. Правило Саррюса. Определители n -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей n -го порядка. Матрицы. Понятие матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.	2, 26
1	2	2	Системы линейных алгебраических уравнений. Общие понятия. Совместность линейных систем. Теорема Кронекера – Капелли. Правило Крамера и метод обратной матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	2, 26
1	2	3	Векторы и линейные операции над ними. Векторы в пространстве. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса. Проекция вектора на ось. Декартова прямоугольная система координат. Радиус-вектор и координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов. Определение скалярного произведения. Физический смысл. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Длина вектора. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на вектор.	2, 26
1	2	4	Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнения прямой в отрезках. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Прямая с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.	2, 5, 26
1	2	5	Плоскость в пространстве. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки. Расстояние от точки до плоскости. Прямая линия в пространстве. Прямая в пространстве как линия пересечения двух плоскостей. Канонические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две различные точки. Параметрические уравнения прямой. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Условия	2, 5, 26

			принадлежности прямой к плоскости.	
2	2	6	Числовая последовательность и её предел. Окрестность точки. Числовая последовательность. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Число e . Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Понятие предела функции в точке. Предел функции в бесконечности. Свойства функций, имеющих предел. Односторонние пределы. Бесконечно малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции и их свойства. Типы неопределённостей и их раскрытие. Некоторые замечательные пределы.	2, 4, 5, 26
2	2	7	Непрерывность функции в точке. Понятие функции, непрерывной в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на отрезке. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства. Непрерывность обратной функции. Сравнение функций. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Приложение эквивалентных функций к вычислению пределов.	2, 4, 5, 26
3	2	8	Производная и дифференциал функции. Производная функции, её геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции. Логарифмическое дифференцирование. Таблица основных производных. Неявная функция и ее дифференцирование. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.	2, 4, 5, 26
3	2	9	Основные теоремы дифференциального исчисления. Локальный экстремум функции. Теоремы о среднем (Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа), их геометрический смысл. Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Многочлен Тейлора. Формула Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа. Представление функций по формуле Маклорена.	2, 4, 5, 26
4	2	10	Исследование функций с помощью производных. Условия возрастания и убывания (монотонности) функции на отрезке. Точки экстремума. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Достаточное условие выпуклости. Точки перегиба. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема построения графика функции.	2, 4, 5, 26
5	2	11	Комплексные числа и действия над ними. Опреде-	2, 26

			ление комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа.	
6	2	12	Предел и непрерывность функции многих переменных. Понятие функции многих переменных (ФМП). Предел функции в точке. Свойства функций, имеющих в точке предел. Непрерывность ФМП. Основные свойства ФМП, непрерывных в некоторой области.	2, 4, 12, 26
6	2	13	Дифференцируемость функций многих переменных. Частные производные первого порядка. Дифференцируемость функций. Дифференциал функции. Применение дифференциала к приближённым вычислениям. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.	2, 4, 12, 26
6	2	14	Экстремум функций двух переменных. Определение. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Условный экстремум. Понятие условного экстремума. Метод множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.	2, 4, 12, 26
2 семестр (28 часов)				
1	2	3	4	5
7	2	1	Определение и свойства неопределённого интеграла. Первообразная и неопределённый интеграл. Основные свойства неопределённого интеграла. Интегрирование подстановкой (заменой переменной): метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной. Интегрирование по частям.	2, 4, 5, 9, 27
7	2	2	Интегрирование рациональных функций. Рациональные функции. Интегрирование простейших дробей. Разложение рациональной дроби на простейшие дроби. Методы нахождения коэффициентов разложения рациональной функции на простейшие дроби: метод неопределённых коэффициентов; метод частных значений.	2, 4, 5, 9, 27
7	2	3	Определённый интеграл и его свойства. Интегральные суммы. Определённый интеграл как предел интегральных сумм. Теоремы существования определённого интеграла. Геометрический и механический смысл определённого интеграла. Основные свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Методы вычисления определённых интегралов. Метод замены переменной (подстановки). Интегралы от чётных, нечётных и периодических функций. Интегрирование по частям.	2, 4, 5, 9, 27
8	2	4	Дифференциальные уравнения первого порядка. Общие понятия. Задача Коши. Дифференциальные	3, 27

			уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: метод Бернулли, метод Лагранжа. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.	
8	2	5	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Общее решение и решение задачи Коши. Построение общего решения. Связь корней характеристического уравнения со структурой частного решения. Уравнения с правыми частями специального вида. Поиск частных решений методом неопределённых коэффициентов.	3, 27
9	4	6-7	Числовые ряды. Понятие числового ряда и его суммы. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.	3, 27
9	2	8	Ряды Тейлора. Определение ряда Тейлора. Условия представления функции рядом Тейлора. Единственность разложения функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Ряды Тейлора в приближенных вычислениях функций и интегралов. Применение рядов к решению дифференциальных уравнений.	3, 27
9	2	9	Тригонометрические ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье 2π -периодической функции. Достаточные условия разложимости функции в ряд Фурье. Разложение чётных и нечётных функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для функции, заданной на отрезке длины 2π . Разложение в ряд Фурье функций, заданных на отрезке $[0, \pi]$. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом.	3, 27
10	2	10	Двойные интегралы. Определение двойного интеграла. Признаки существования двойного интеграла. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах: случаи прямоугольной и криволинейной области. Замена переменных в двойном интеграле. Криволинейные координаты. Двойной интеграл в полярной системе координат.	3, 4, 6, 27
10	2	11	Тройные интегралы. Определение тройного интеграла и его свойства. Геометрический и физический смысл тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах: случай прямоугольной и криволинейной области. Замена переменных в тройных интегралах. Цилиндрическая и сферическая система координат. Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системе координат.	3, 4, 6, 27

11	2	12	Криволинейные интегралы. Определение криволинейного интеграла первого рода, его физический смысл. Вычисление криволинейного интеграла первого рода с помощью определённого интеграла. Свойства криволинейного интеграла первого рода. Определение криволинейного интеграла второго рода, его физический смысл. Вычисление криволинейного интеграла второго рода с помощью определённого интеграла. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Свойства криволинейных интегралов второго рода.	3, 4, 27
11	2	13	Поверхностные интегралы. Определение и вычисление поверхностного интеграла первого рода с помощью двойного интеграла. Свойства поверхностного интеграла первого рода. Двухсторонние и односторонние поверхности. Ориентация поверхности. Нормаль к поверхности. Определение и физический смысл поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностного интеграла второго рода с помощью двойного интеграла. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода. Формулы вычисления поверхностного интеграла второго рода. Свойства поверхностного интеграла второго рода.	3, 4, 27
11	2	14	Скалярные и векторные поля. Скалярное поле: определение; поверхности и линии уровня; производная по направлению и градиент скалярного поля; инвариантное определение градиента. Векторное поле: определение; векторные линии векторного поля; дифференциальные уравнения семейства векторных линий; векторные трубки.	3, 4, 27
3 семестр (28 часов)				
1	2	3	4	5
12	2	1	Дифференцирование функций комплексной переменной (ФКП). Производная ФКП. Условия Коши – Римана. Аналитические функции. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по её известной действительной или мнимой части. Интегрирование функций комплексной переменной. Интеграл от ФКП и его вычисление. Свойства интеграла от ФКП. Интегральная теорема Коши. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши для односвязной и многосвязной области. Применение интегральной формулы Коши для вычисления контурных интегралов.	3, 7, 28
12	2	2	Ряды в комплексной области. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана. Нули и изолированные особые точки аналитических функций. Нули аналитических функций: определение и классификация. Изолированные особые точки: определение, классификация, связь с нулями.	3, 7, 28

12	2	3	Вычеты и их применение к вычислению интегралов. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке. Вычисление вычетов в полюсе и в существенно особой точке. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению контурных интегралов.	3, 7, 28
12	2	4	Преобразование Лапласа. Определение преобразования Лапласа. Оригинал и изображение. Единственность разложения. Свойства преобразования Лапласа. Нахождение оригинала по изображению. Формула обращения преобразования Лапласа (формула Меллина). Оригиналы для рациональных функций. Формулы разложения.	3, 7, 28
13	2	5	Основные законы и формулы комбинаторики. Правило суммы. Правило произведения. Размещения; перестановки; сочетания.	1, 15, 28
13	2	6	Вероятность события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Вероятность события (классическая, геометрическая, статистическая). Свойства вероятности. Аксиоматическое определение вероятности.	1, 28
13	4	7-8	Условная вероятность. Понятие условной вероятности. Независимые события. Формула полной вероятности и формула Байеса Последовательность независимых испытаний. Схема испытаний Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число появлений события. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Распределение Пуассона. Локальная предельная теорема Муавра – Лапласа. Интегральная предельная теорема Муавра – Лапласа.	1, 28
13	4	9-10	Скалярные случайные величины. Понятие случайной величины. Закон распределения вероятностей случайной величины. Функция распределения случайной величины. Плотность вероятности случайной величины. Основные законы распределения случайных величин.	1, 28
13	2	11	Числовые характеристики скалярных случайных величин. Математическое ожидание. Дисперсия. Математическое ожидание и дисперсия основных законов распределения. Мода и медиана случайной величины. Моменты случайной величины.	1, 28
14	4	12-13	Первичная обработка выборок. Генеральная совокупность и выборка. Статистические ряды. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Числовые характеристики выборки. Статистические оценки параметров распределения. Понятие оценки. Классификация точечных оценок. Методы нахождения точечных оценок. Интервальные оценки. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при	1, 28

			неизвестной дисперсии. Доверительный интервал для дисперсии нормально распределённой генеральной совокупности.	
14	2	14	Статистическая проверка гипотез. Понятие статистической гипотезы. Схема статистической проверки гипотезы. Гипотеза о значении математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при неизвестной дисперсии. Гипотеза о дисперсии нормально распределённой генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.	1, 28

6. Содержание коллоквиумов

№ темы	Всего часов	№ коллоквиумов	Тема коллоквиума. Вопросы, отрабатываемые на коллоквиуме	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5
1 семестр (8 часов)				
1	2	1	Векторное и смешанное произведение векторов. Ориентация тройки векторов. Определение векторного произведения двух векторов. Механический смысл. Геометрические и алгебраические свойства. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Смешанное произведение трёх векторов. Геометрический смысл. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Необходимое и достаточное условие компланарности трёх векторов.	2, 26
1	2	2	Алгебраические кривые и поверхности второго порядка. Канонический вид кривых второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Канонический вид поверхностей второго порядка. Исследование формы поверхностей методом сечений: эллипсоид, гиперболоиды, конус второго порядка, параболоиды, цилиндры второго порядка.	2, 5, 26
2	2	3	Элементы теории множеств. Множества. Логические символы. Операции над множествами. Числовые множества. Ограниченные множества. Верхние и нижние грани множеств: точная верхняя грань; точная нижняя грань. Окрестность точки.	2, 4, 5, 26
6	2	4	Множества на плоскости и в пространстве. Окрестности точки в пространстве. Открытые и замкнутые множества. Связные множества. Ограниченные множества. Понятие предела в пространстве \mathbf{R}^n .	2, 4, 12, 26
2 семестр (8 часов)				
8	2	1	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общие понятия. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейные однородные дифференциальные уравнения и свойства их решений. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения. Принцип су-	3, 27

			перпозиции решений. Метод вариации произвольных постоянных.	
8	2	2	Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение однородных и неоднородных систем с постоянными коэффициентами: матричный метод, метод вариации произвольных постоянных.	3, 27
10	2	3	Кратные интегралы. Геометрические и механические приложения двойных и тройных интегралов.	3, 4, 6, 27
11	2	4	Поток векторного поля через поверхность. Поток вектора через незамкнутую поверхность, его физический смысл. Дивергенция векторного поля. Формула Остроградского – Гаусса в векторной форме и её физический смысл. Поток вектора через замкнутую поверхность, его физический смысл.	3, 4, 27
3 семестр (8 часов)				
12	2	1	Функции комплексной переменной. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексной переменной (ФКП). Геометрическая интерпретация ФКП. Предел и непрерывность функции в точке. Свойства ФКП, имеющих предел в точке. Непрерывность на множестве. Основные элементарные ФКП.	3, 7, 28
12	2	2	Операционное исчисление. Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	3, 7, 28
13	2	3	Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел: неравенство Чебышева; теорема Чебышева; теорема Хинчина; теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теоремы Муавра – Лапласа (локальная и интегральная).	1, 28
14	2	4	Регрессионный анализ. Понятие многомерной выборки. Регрессия. Линейная регрессия. Построение регрессионной прямой по сгруппированным данным. Линейная корреляция.	1, 28

7. Перечень практических занятий

№ темы	Всего часов	№ занятия	Тема практического занятия. Вопросы, отрабатываемые на практическом занятии	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5
1 семестр (72 часа)				
1	2	1	Определители 2-го и 3-го порядка. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Определители n-го порядка. Вычисление определителей n -го порядка, используя разложение по строкам и столбцам и приведением к треугольному виду ([13] № 1.2.1 – 1.2.4, 1.2.8, 1.2.9, 1.2.14 – 1.2.16, 1.2.26, 1.2.28, 1.2.31, 1.2.38, 1.2.39, 1.2.45).	13

1	2	2	Матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Выполнение операций над матрицами ([13] № 1.1.1, 1.1.3, 1.1.4, 1.1.6-1.1.10, 1.1.22, 1.1.23). Вычисление обратной матрицы методом присоединённой матрицы ([13] № 1.4.4, 1.4.5). Вычисление ранга матрицы ([13] № 1.3.9, 1.3.11, 1.3.13).	13
1	2	3	Системы линейных алгебраических уравнений. Исследование систем на совместность. Решение систем линейных алгебраических уравнений тремя методами ([13] № 2.1.5 – 2.1.20).	13
1	2	4	Геометрические векторы. Выполнение линейных операций над векторами. Геометрические векторы в прямоугольной декартовой системе координат на плоскости и в пространстве. Полярная система координат ([13] № 3.1.3, 3.1.7, 3.1.8, 3.1.13-3.1.18, 3.1.26 – 3.1.28).	13
1	2	5	Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Решение задач с помощью скалярного, векторного и смешанного произведений векторов ([13] № 3.2.1, 3.2.2, 3.2.9, 3.2.16, 3.3.1, 3.3.4, 3.3.5 – 3.3.7, 3.4.1 – 3.4.5).	13
1	2	6	Прямая линия на плоскости. Кривые на плоскости. Решение задач на уравнение прямой линии на плоскости ([13] № 4.2.1, 4.2.2, 4.2.5, 4.2.6, 4.2.8 – 4.2.10, 4.2.52, 4.2.55, 4.2.56, 4.2.58, 4.2.63, 4.2.70). Исследование кривых второго порядка на плоскости ([13] № 4.3.1, 4.3.27, 4.3.28, 4.3.60, 4.3.81, 4.3.89, 4.3.105 – 4.3.108).	13
1	2	7	Плоскость и прямая в пространстве. Решение задач на уравнения плоскости и прямой в пространстве ([13] № 5.2.2, 5.2.3, 5.2.7, 5.2.8, 5.2.10, 5.2.38, 5.2.40, 5.2.41, 5.2.44, 5.3.1-5.3.6, 5.3.26, 5.3.27, 5.3.32, 5.4.6, 5.4.8).	13
1	2	8	Поверхности второго порядка в пространстве. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндрические поверхности, конус ([13] № 5.5.11, 5.5.18 – 5.5.20).	13
2	2	9	Предел последовательности и предел функции. Вычисление пределов: числовых последовательностей; функций в точке и в бесконечности; односторонних пределов функций; замечательных пределов ([13] № 6.3.6 – 6.3.8, 6.3.11 – 6.3.20, 6.4.1 – 6.4.9, 6.4.14 – 6.4.36, 6.4.38 – 6.4.43, 6.4.46, 6.4.48 – 6.4.55).	13
2	2	10	Непрерывность и точки разрыва функции. Исследование функций на непрерывность ([13] № 6.5.6, 6.5.8, 6.5.11, 6.5.20 – 6.5.22). Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Определение порядка малости (порядка роста) б.м.ф. (б.б.ф.). Раскрытие неопределённостей путём замены б.м.ф. эквивалентными им ([13] № 6.4.50 – 6.4.65).	13

3	4	11-12	Производная и дифференциал функции. Вычисление производных функций первого и высших порядков. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически ([13] № 7.1.7 – 7.1.20, 7.1.28 – 7.1.52, 7.1.66 – 7.1.76, 7.1.84-7.1.91). Вычисление дифференциалов функций первого и высших порядков ([13] № 7.2.14 – 7.2.19; 7.2.25 – 7.2.27).	13
3	2	13	Теоремы о дифференцируемых функциях. Применение правила Лопиталя – Бернулли для раскрытия неопределённостей ([13] № 7.3.11 – 7.3.27). Разложение функций по формуле Тейлора ([13] № 7.3.29 – 7.3.35).	13
4	2	14	Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций: признаки монотонности функции. Экстремум функции и необходимый признак его существования. Достаточные признаки экстремума ([13] № 7.4.1 – 7.4.6, 7.4.16 – 7.4.23).	13
5	2	15	Комплексные числа. Алгебраические действия с комплексными числами в различных формах. Извлечение корня из комплексного числа ([13] № 10.1.1 – 10.1.10, 10.2.1 – 10.2.6, 10.2.9 – 10.2.18).	13
6	4	16-17	Дифференцируемость функций многих переменных. Частные производные. Дифференциал функции ([13] № 11.3.9 – 11.3.22). Дифференцирование сложных функций ([13] № 11.4.4 – 11.4.8, 11.4.14 – 11.4.18). Частные производные и дифференциалы высших порядков ([13] № 11.5.7 – 11.5.16). Дифференцирование функций, заданных неявно ([13] № 11.4.22 – 11.4.26, 11.5.24, 11.5.25).	13
6	2	18	Экстремум функций многих переменных. Исследование функций многих переменных на экстремум ([13] № 11.7.23 – 11.7.31).	13
2 семестр (36 часов)				
1	2	3	4	5
7	4	1-2	Неопределённый интеграл. Нахождение неопределённых интегралов непосредственным интегрированием, методом замены переменной и интегрированием по частям ([13] № 8.1.1 – 8.1.26, 8.2.1 – 8.2.19, 8.2.20 – 8.2.27). Интегрирование рациональных дробей разложением на простейшие дроби ([13] № 8.3.1 – 8.3.12). Нахождение неопределённых интегралов от тригонометрических и иррациональных функций ([13] № 8.5.1 – 8.5.6, 8.4.12 – 8.4.17).	13
7	2	3	Определённый интеграл. Вычисление определённых интегралов по формуле Ньютона – Лейбница. Замена переменных; интегрирование по частям ([13] № 9.1.1 – 9.1.22, 9.1.46 – 9.1.49, 9.1.51 – 9.1.55, 9.1.86 – 9.1.91).	13

8	4	4-5	Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными ([14] № 2.1.16 – 2.1.21, 2.1.23, 2.1.24), однородных уравнений ([14] № 2.2.2 – 2.2.4, 2.2.24, 2.2.25, 2.2.30), линейных уравнений первого порядка ([14] № 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3), уравнений Бернулли ([14] № 2.3.5, 2.3.12, 2.3.13), уравнений в полных дифференциалах ([14] № 2.4.7 – 2.4.11).	14
8	2	6	Дифференциальные уравнения высших порядков. Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка ([14] № 2.6.2, 2.6.4, 2.6.12 – 2.6.15, 2.6.23, 2.6.24, 2.6.30, 2.6.31).	14
8	4	7-8	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Решение линейных однородных дифференциальных уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных ([14] № 2.7.2 – 2.7.5, 2.7.19 – 2.7.24, 2.7.26 – 2.7.29, 2.7.31 – 2.7.36, 2.7.38-2.7.41, 2.7.44, 2.7.45, 2.7.51, 2.7.54, 2.7.58, 2.7.63, 2.7.66, 2.7.72).	14
9	2	9	Признаки сходимости числовых рядов. Исследование сходимости рядов с неотрицательными членами ([14] № 1.1.2 – 1.1.8, 1.1.10 – 1.1.14, 1.1.9 – 1.1.21, 1.1.24 – 1.1.34, 1.1.36 – 1.1.39, 1.1.44 – 1.1.49, 1.1.51 – 1.1.54). Исследование сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость ([14] № 1.2.7 – 1.2.13, 1.2.15 – 1.2.18, 1.2.19 – 1.2.27).	14
9	2	10	Степенные ряды. Исследование сходимости степенных рядов ([14] № 1.3.7 – 1.3.20).	14
9	2	11	Ряды Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора ([10] № 390 – 394). Применение степенных рядов в приближённых вычислениях функций ([10] № 415 – 419).	10
9	2	12	Тригонометрический ряд Фурье. Разложение 2π -периодической функции в тригонометрический ряд Фурье ([14] № 1.4.2, 1.4.5, 1.4.7, 1.4.8). Разложение чётных и нечётных функций в ряд Фурье ([14] № 1.4.12, 1.4.13).	14
10	2	13	Двойные интегралы. Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах путём сведения к повторным, правило расстановки пределов интегрирования ([14] № 3.1.9-3.1.13, 3.1.16-3.1.19, 3.1.27, 3.1.29, 3.1.30, 3.1.62, 3.1.64). Замена переменных в двойном интеграле, вычисление двойного интеграла в полярных координатах ([14] № 3.2.8 – 3.2.10, 3.2.13, 3.2.14).	14
10	4	14	Тройные интегралы. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах путём сведения к повторным, правило расстановки пределов интегрирования ([14] № 3.4.2 – 3.4.6). Замена переменных в тройном интеграле, вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах ([14] № 3.4.9, 3.4.13, 3.4.14, 3.4.19, 3.4.22).	14

11	2	15	Криволинейные интегралы первого рода. Определение и вычисление криволинейного интеграла 1-го рода с помощью определённого интеграла ([14] № 4.1.5 – 4.1.11). Криволинейные интегралы второго рода. Определение и вычисление криволинейного интеграла 2-го рода с помощью определённого интеграла ([14] № 4.2.3 – 4.2.11). Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования ([14] № 4.2.16 – 4.2.18, 4.2.21 – 4.2.24). Применение формулы Грина ([14] № 4.2.36, 4.2.42, 4.2.43).	14
11	2	16	Поверхностные интегралы первого рода. Определение и вычисление поверхностного интеграла 1-го рода с помощью двойного интеграла ([14] № 4.3.2, 4.3.3, 4.3.6, 4.3.7, 4.3.8, 4.3.27). Поверхностные интегралы второго рода. Определение поверхностного интеграла 2 рода, его вычисление; вычисление поверхностного интеграла 2 рода по формулам Остроградского – Гаусса и Стокса ([14] № 4.3.9-4.3.14, 4.3.21 – 4.3.26).	14
11	2	17	Поток векторного поля. Способы вычисления потока через незамкнутую поверхность ([14] № 5.3.2-5.3.8). Применение формулы Остроградского – Гаусса в векторной форме для вычисления потока через замкнутую поверхность ([14] № 5.3.12 – 5.3.17, 5.3.19 – 5.3.24).	14
11	2	18	Линейный интеграл и циркуляция векторного поля. Вычисление ротора векторного поля ([14] № 5.2.1-5.2.6). Применение формулы Стокса в векторной форме ([14] № 5.4.1 – 5.4.10, 5.4.13 – 5.4.20). Потенциальные и соленоидальные поля. Нахождение потенциала поля ([14] № 5.5.7 – 5.5.10). Вычисление линейного интеграла в потенциальном поле ([14] № 5.5.34 – 5.5.39).	14
3 семестр (36 часов)				
1	2	3	4	5
12	4	1-2	Функции комплексной переменной (ФКП). Нахождение действительной и мнимой части ФКП. Вычисление значений основных элементарных ФКП в точках ([14] № 7.1.1 – 7.1.17, 7.1.21 – 7.1.42). Дифференцирование функций комплексной переменной. Нахождение производных ФКП. Исследование на аналитичность ФКП. Восстановление аналитической функции по её известной действительной или мнимой части ([14] № 7.2.5 – 7.2.16, 7.2.20 – 7.2.29).	14
12	2	3	Интегрирование функций комплексной переменной. Вычисление интегралов от ФКП ([14] № 7.3.1 – 7.3.3, 7.3.8 – 7.3.20). Применение интегральной формулы Коши и формулы Коши для производных к вычислению контурных интегралов ([14] № 7.3.38 – 7.3.42).	14

12	2	4	Ряды в комплексной области. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана ([14] № 7.4.1 – 7.4.21). Нули и изолированные особые точки аналитических функций. Нахождение нулей и изолированных особых точек аналитических функций. Определение характера изолированных особых точек ([14] № 7.4.22 – 7.4.38).	14
12	2	5	Вычеты и их применение к вычислению интегралов. Нахождение вычетов функций в изолированных особых точках ([14] № 7.5.1 – 7.5.22). Применение теорем о вычетах к вычислению интегралов ([14] № 7.5.23 – 7.5.26, 7.5.37 – 7.5.40).	14
12	2	6	Преобразование Лапласа. Нахождение изображений функций по оригиналам, применяя свойства преобразования Лапласа ([14] № 8.1.1 – 8.1.7, 8.1.15 – 8.1.20, 8.1.22 – 8.1.41, 8.1.53 – 8.1.66). Нахождение оригинала по изображению. Нахождение изображений функций по таблице. Восстановление оригинала по изображению с помощью вычетов и разложением изображений на простейшие дроби ([14] № 8.2.1 – 8.2.19, 8.2.60 – 8.2.64).	14
13	2	7	Основные законы и формулы комбинаторики. Решение элементарных комбинаторных задач на перестановки, размещения и сочетания с применением правил суммы и произведения ([14] № 6.1.1 – 6.1.38).	14
13	2	8	Вероятность события. Выполнение операций над событиями ([14] № 6.2.3 – 6.2.6, 6.2.9 – 6.2.15). Вычисление классической, геометрической и статистической вероятностей ([8] № 1 – 7, 12-16, 18 – 21, 24, 25 – 28, 30, 32, 34, 36, 37, 42, 44).	8, 14
13	4	9-10	Условная вероятность. Определение зависимых и независимых событий. Вычисление вероятностей сложных событий ([8] № 46, 47, 50 – 52, 65 – 67, 69, 80, 81, 85). Решение задач на применение формулы полной вероятности и формулы Байеса ([8] № 89, 92 – 94, 97 – 99).	8
13	2	11	Последовательность независимых испытаний. Решение задач в схеме Бернулли ([8] № 111 – 115). Применение предельных теорем Муавра – Лапласа и Пуассона ([8] № 121 – 124, 126 – 130, 178, 179).	8
13	4	12-13	Скалярные случайные величины. Построение функций распределения дискретных и непрерывных случайных величин; вычисление плотности вероятности непрерывных случайных величин ([8] № 165 – 173, 252 – 269, 374-387). Нахождение функций от скалярных случайных величин ([8] № 374 – 387).	8
13	2	14	Числовые характеристики скалярных случайных величин. Вычисление математического ожидания и дисперсии скалярных случайных величин ([8] № 188 – 194, 196 – 200, 208 – 211, 213 – 219). Математическое ожидание и дисперсия основных законов распределения ([8] № 252 – 269, 275, 276, 279 – 280, 295 – 297, 309, 310, 312 – 316).	8

14	2	15	Первичная обработка выборок. Построение вариационного ряда, гистограммы, полигона частот и эмпирической функции распределения выборки ([8] № 439 – 449). Нахождение точечных оценок неизвестных параметров распределения ([8] № 450, 451, 454 – 456).	8
14	2	16	Статистические оценки параметров распределения. Нахождение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормально распределённой генеральной совокупности ([8] № 501 – 522).	8
14	4	17-18	Статистическая проверка гипотез. Проверка гипотез о значении математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при неизвестной дисперсии и дисперсии нормально распределённой генеральной совокупности ([8] № 471 – 486). Применение критерия согласия Пирсона для нормального распределения ([8] № 635 – 640).	8

8. Перечень лабораторных работ
Учебным планом не предусмотрено.

9. Задания для самостоятельной работы студентов

№ темы	Всего часов	Вопросы для самостоятельного изучения (задания)	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
1 семестр (72 часа)			
1	6	Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований ([13] № 1.4.15 – 1.4.20). Применение метода Жордана – Гаусса к решению систем линейных уравнений ([13] № 2.1.5 – 2.1.10).	13
1	6	Решение систем линейных однородных уравнений ([13] № 2.3.2 – 2.3.20).	13
1	8	Исследование кривых второго порядка на плоскости ([13] № 4.3.10 – 4.3.14; 4.3.39 – 4.3.43; 4.3.71 – 4.3.75; 4.3.112 – 4.3.116).	13
1	8	Исследование поверхностей второго порядка ([13] № 5.5.18 – 5.5.25).	13
2	6	Вычисление пределов числовых последовательностей ([13] № 6.3.11 – 6.3.24, 6.3.29 – 6.3.38).	13
2	6	Вычисление односторонних пределов функций, замечательных пределов ([13] № 6.4.48 – 6.4.58). Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых ([13] № 6.4.118 – 6.4.123).	13
3	4	Логарифмическое дифференцирование ([13] № 7.1.59 – 7.1.64, 7.1.148 – 7.1.153).	13
3	4	Решение задач на геометрический смысл производной ([13] № 7.1.79 – 7.1.82, 7.1.164 – 7.1.170).	13
3	4	Применение дифференциала к приближенным вычис-	13

		лениям ([13] № 7.2.22 – 7.2.24, 7.2.28 – 7.2.30).	
4	4	Исследование функций и построение графиков ([13] № 7.4.14 – 7.4.23, 7.4.33 – 7.4.42).	13
5	4	Решение комплексных уравнений и другие задачи ([13] № 10.2.21 – 10.2.22, 10.2.31, 10.2.35, 10.2.44, 10.2.54).	13
6	2	Применение полного дифференциала к приближённым вычислениям ([13] № 11.3.19 – 11.3.21, 11.3.47 – 11.3.50).	13
6	4	Касательная плоскость и нормаль к поверхности ([13] № 11.4.28 – 11.4.29, 11.4.31, 11.4.50 – 11.4.55).	13
6	6	Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области ([13] № 11.7.17 – 11.7.19, 11.7.32, 11.7.33). Условный экстремум ([13] № 11.7.42 – 11.7.46).	13
2 семестр (72 часа)			
6	4	Интегрирование иррациональных функций ([13] № 8.4.12 – 8.4.32).	13
6	4	Вычисление и исследование на сходимость несобственных интегралов первого и второго рода ([13] № 9.2.14 – 9.2.19, 9.2.61 – 9.2.66).	13
8	2	Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка, приводящимся к однородным ([10] № 565 – 571; [14] № 2.2.39 – 2.2.43).	10, 14
8	4	Решение уравнений Лагранжа и Клеро ([10] № 636 – 642; [14] № 2.5.8 – 2.5.13).	10, 14
8	10	Задачи на составление дифференциальных уравнений ([10] № 539 – 544; 547 – 549).	10
8	4	Решение дифференциальных уравнений Эйлера ([10] № 751 – 755; [14] № 2.7.97 – 2.7.99, 2.7.101 – 2.7.104).	10, 14
9	10	Применение степенных рядов к вычислению пределов и определённых интегралов ([10] № 427 – 436). Приближённое решение дифференциальных уравнений ([10] № 756 – 769).	10
9	6	Разложение функций в неполные ряды Фурье ([10] № 493, 496, 498 – 500; [14] № 1.4.21 – 1.4.23). Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом ([14] № 1.4.25 – 1.4.30).	10, 14
10	12	Геометрические и физические приложения кратных интегралов ([14] № 3.4.24 – 3.4.48, 3.4.63 – 3.4.74).	14
11	8	Геометрические и физические приложения криволинейных и поверхностных интегралов ([14] № 4.1.15 – 4.1.19; 4.2.48 – 4.2.52; 4.3.7, 4.3.8, 4.3.27 – 4.3.30).	14
11	4	Векторные дифференциальные операции первого и второго порядков ([14] № 5.2.8 – 5.2.17).	14
11	4	Некоторые свойства основных классов векторных полей: соленоидальное, потенциальное и гармоническое поля ([10] № 5.5.1 – 5.5.4, 5.5.19 – 5.5.22, 5.5.26 – 5.5.29).	14

3 семестр (108 часов)			
12	12	Конформные отображения ([10] № 1041 – 1058).	10
12	9	Применение вычетов к вычислению интегралов от функции действительной переменной ([10] № 1096 – 1106).	10
12	12	Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и их систем ([14] № 8.3.7 – 8.3.30, 8.3.79 – 8.3.83, 8.3.92 – 8.3.97).	14
13	6	Закон больших чисел ([8] № 236 – 240; 247 – 251).	8
13	24	Системы двух случайных величин ([8] № 409 – 416; 421 – 422; 424 – 429; 431 – 435).	8
14	21	Элементы теории корреляции ([8] № 536, 536; 537 – 539; 540 – 553).	8
14	24	Однофакторный дисперсионный анализ ([8] № 668 – 673; 674 – 678).	8

Виды, график контроля СРС (по решению кафедры УМКС/УМКН)

№ темы	Вид СРС	Вид контроля СРС	График контроля (№ недели)
1 семестр			
1-2	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	8 (промежуточная аттестация), зачёт
3-6	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Зачёт
2 семестр			
7-8	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	8 (промежуточная аттестация), экзамен
9-11	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Экзамен
3 семестр			
12	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	8 (промежуточная аттестация), экзамен
13-14	Работа с печатными источниками, решение типовых заданий	Рубежный контроль, промежуточный контроль, самоконтроль	Экзамен

10. Расчётно-графическая работа

№ темы	Всего часов	Тема расчётно-графической работы	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
2 семестр			
8	16	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	3, 10, 14, 27
3 семестр			
14	16	Статистическая обработка экспериментальных данных одномерной случайной величины	1, 8, 10, 28

11. Курсовая работа

Учебным планом не предусмотрено.

12. Курсовой проект

Учебным планом не предусмотрено.

13. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

13.1. В процессе освоения образовательной программы у обучающегося в ходе изучения дисциплины Б.1.1.5 «Математика» должна сформироваться общепрофессиональная компетенция ОПК-3.

Под компетентностью ОПК-3 понимается готовность применять фундаментальные математические, естественнонаучные и общеинженерные знания в профессиональной деятельности.

Для формирования компетенции ОПК-3 необходимы базовые знания фундаментальных разделов математики, физики.

Формирования данной компетенции параллельно происходит в рамках учебных дисциплин: Б.1.1.6 «Физика», Б.1.1.7 «Неорганическая и органическая химия», Б.1.1.8 «Физическая химия», Б.1.1.10 «Начертательная геометрия и компьютерная графика», Б.1.1.14 «Электротехника и электроника».

Код компетенции	Этап формирования	Показатели оценивания	Критерии оценивания		
			Промежуточная аттестация	Типовые задания	Шкала оценивания
ОПК-3	I – III (1 – 3 семестры)	В результате формирования компетенции студент должен: 1 ⁰ . <i>знать</i> основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного, теории вероят-	Промежуточная аттестация	Типовые задания	Шкала оценивания
			1 семестр – зачёт	Вопросы для зачёта	В соответствии с пунктом 13.2

		ностей и математической статистики, дискретной математики; 2 ⁰ . <i>уметь</i> применять математические методы для решения практических задач; 3 ⁰ . <i>владеть</i> методами решения дифференциальных и алгебраических уравнений, дифференциального и интегрального исчисления, аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистики, математической логики, функционального анализа.	2, 3 семестры – экзамен	Вопросы для экзамена	5-балльная шкала
--	--	--	-------------------------	----------------------	------------------

Вопросы для зачёта

1 семестр

1. Что называется определителем второго и третьего порядков? Как они вычисляются? Обобщите понятие определителя на случай квадратной матрицы n -го порядка. Что называют перестановкой; инверсией? Сколько существует различных перестановок для n чисел? Какая перестановка называется чётной; нечётной? Что называют транспозицией? Как транспозиция меняет чётность перестановки? Что называется определителем n -го порядка? Что называется минором и алгебраическим дополнением?

2. Сформулируйте свойства определителей n -го порядка (10 свойств). Приведите примеры. Чему равен определитель произведения двух матриц одинакового порядка?

3. Что называется матрицей размера $m \times n$? Какая матрица называется квадратной? Что называется: матрицей (вектором)-столбцом; матрицей (вектором)-строкой; нулевой матрицей; диагональной матрицей; скалярной матрицей; единичной матрицей; верхней треугольной (нижней треугольной) матрицей; трапециевидной матрицей? Какие операции над матрицами называются линейными? Сформулируйте их свойства.

4. Какие матрицы называются согласованными? Что называется произведением двух матриц? Какие матрицы можно умножить друг на друга? Какие матрицы называются коммутативными? Как перемножить три матрицы? Что называется n -й степенью матрицы? Сформулируйте свойства произведения матриц (2 свойства). Какая матрица называется транспонированной по отношению к данной? Сформулируйте свойства операции транспонирования матриц (4 свойства). Какая матрица называется невырожденной? Какая матрица называется обратной по отношению к данной? Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Приведите алгоритм вычисления обратной матрицы.

5. Что называется минором порядка k данной матрицы? Что называется рангом матрицы? Какой минор называется базисным? Какие матрицы называются эквивалентными? Опишите методы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров; метод элементарных преобразований.

6. Что называется системой m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными? Что называется: основной матрицей системы линейных уравнений; свободными членами? Какая система называется однородной; неоднородной? Что называется решением системы? Какая система называется: совместной; несовместной; определённой; неопределённой? Что значит решить систему? Как записывается линейная система в матричной форме? Что называется расширенной матрицей системы линейных уравнений? Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли и следствие из неё.

7. Опишите методы решения систем n линейных уравнений с n неизвестными: правило Крамера и метод обратной матрицы.

8. В чём сущность метода исключения неизвестных (метода Гаусса) решения систем линейных уравнений? Опишите правила преобразования матриц методом Гаусса.

9. Запишите однородную систему линейных уравнений. Какое решение называется нулевым (тривиальным)? При каких условиях однородная система уравнений имеет нетривиальные решения? Сформулируйте соответствующую теорему и следствия из неё.

10. Какие величины называются скалярными? векторными? Приведите примеры. Что называют вектором? Что такое свободный вектор? Какой вектор называют нулевым? Что называют длиной (нормой) вектора? Какой вектор называется единичным (ортом)? Какие векторы называются коллинеарными? компланарными? Какие операции над векторами называются линейными? Как определяются эти операции и каковы их свойства (8 свойств)? Что называется линейным (векторным) пространством и как оно обозначается?

11. Что называется линейной комбинацией n векторов? Какая линейная комбинация называется тривиальной? нетривиальной? Какие векторы называются линейно зависимыми и какие линейно независимыми? Сформулируйте 3 теоремы, устанавливающие условия линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве.

12. Что называется базисом? Какие векторы образуют базис на плоскости? в пространстве? Что такое базисные векторы? Сформулируйте теорему о единственности разложения вектора по некоторому базису. В чём состоит основное значение базиса? Сформулируйте теорему о линейных операциях над векторами, заданных координатами в некотором базисе. Как определяются аффинные координаты в пространстве? Что называют аффинными координатами любой точки M пространства?

13. Что называется углом между двумя векторами? Что называется проекцией вектора на ось? Чему она равна? Что называется ортогональной составляющей вектора по оси? В чём заключаются основные свойства проекции вектора на ось? Сформулируйте их (2 свойства).

14. Как определяется декартова прямоугольная система координат? Сформулируйте теорему, выражающую геометрический смысл декартовых координат. Чему равна длина вектора в декартовых координатах? Что такое направляющие косинусы вектора? Что служит координатами единичного вектора? Как выполняются линейные операции над векторами в прямоугольной системе координат? Сформулируйте условие коллинеарности двух векторов в прямоугольном базисе.

15. Что называется радиус-вектором и координатами некоторой точки M пространства? Выведите формулы деления отрезка в данном отношении.

16. Что называется скалярным произведением двух векторов (2 определения)? Каков его физический смысл? Сформулируйте геометрические свойства (2 свойства) и алгебраические свойства (4 свойства) скалярного произведения. Какое они имеют значение? Что называется скалярным квадратом вектора? Как выражается скалярное произведение в декартовых координатах через координаты векторов-сомножителей? Приведите формулы для длины вектора, условия ортогональности двух векторов, угла между двумя векторами и проекции вектора на вектор в прямоугольном базисе.

17. Какие базисы называются одинаково ориентированными, а какие противоположно ориентированными? Какая тройка векторов (декартова система координат) называется правой, а какая левой? Что называется векторным произведением двух векторов? Каков его механический смысл? Сформулируйте геометрические свойства (2 свойства) и алгебраические свойства (4 свойства) векторного произведения. Какое они имеют значение? Сформулируйте теорему, выражающую векторное произведение в декартовых координатах через координаты векторов-сомножителей. Что называется двойным векторным произведением? Как оно записывается?

18. Что называется смешанным произведением трёх векторов? Сформулируйте теорему, выражающую геометрический смысл смешанного произведения, и следствия из неё (3 следствия). Сформулируйте теорему, выражающую смешанное произведение в декартовых координатах через координаты векторов сомножителей. Сформулируйте необходимое и достаточное условие компланарности трёх векторов (следствие из теоремы).

19. В чём заключается предмет и метод аналитической геометрии? Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках.
20. Каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две различные точки. Параметрические уравнения прямой. Прямая с угловым коэффициентом.
21. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых, заданных различными уравнениями. Расстояние от точки до прямой.
22. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
23. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Расстояние от точки до плоскости.
24. Прямая в пространстве как линия пересечения двух плоскостей. Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две различные точки. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
25. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Условия принадлежности прямой к плоскости.
26. Канонический вид алгебраических кривых второго порядка. Эллипс (определение; терминология).
27. Канонический вид алгебраических кривых второго порядка. Гипербола (определение; терминология).
28. Канонический вид алгебраических кривых второго порядка. Парабола (определение; терминология).
29. Канонический вид алгебраических поверхностей второго порядка. Исследование формы эллипсоида методом сечений.
30. Канонический вид алгебраических поверхностей второго порядка. Исследование формы гиперболоидов методом сечений.
31. Канонический вид алгебраических поверхностей второго порядка. Исследование формы конуса методом сечений.
32. Канонический вид алгебраических поверхностей второго порядка. Исследование формы параболоидов методом сечений.
33. Канонический вид алгебраических поверхностей второго порядка. Исследование формы цилиндров методом сечений.
34. Множества. Логические символы. Операции над множествами. Логические высказывания. Понятие функции. Образ и прообраз множества. Обратная функция.
35. Ограниченные множества. Верхние и нижние грани множеств. Точная верхняя грань. Точная нижняя грань. Окрестность точки.
36. Числовая последовательность. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности (б.м.п. и б.б.п.). Свойства б.м.п. Связь между б.м.п. и б.б.п. Свойства сходящихся последовательностей.
37. Понятие предела функции в точке (по Коши). Односторонние пределы. Предел функции в бесконечности (по Коши). Бесконечно малые функции (б.м.ф.) и их свойства. Бесконечно большие функции (б.б.ф.) и их свойства. Связь между б.м.ф. и б.б.ф. Первый и второй замечательные пределы. Типы неопределённостей (7 типов) и их раскрытие. Связь функции, её предела и бесконечно малой функции.
38. Понятие функции, непрерывной в точке. Функции, непрерывные на множестве. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции и их классификация.
39. Сравнение бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций. Приложение эквивалентных функций к вычислению пределов (3 теоремы о замене б.м.ф. (б.б.ф.), эквивалентными им).

40. Производная функции, её геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Механический смысл производной. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Таблица основных производных.

41. Логарифмическое дифференцирование. Неявная функция и её дифференцирование. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближённых вычислениях. Инвариантность формы дифференциала.

42. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциалов порядка выше первого. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа); их геометрический смысл. Правило Лопиталья – Бернулли раскрытия неопределённостей.

43. Условия возрастания и убывания (монотонности) функции на отрезке; точки экстремума; необходимое и достаточные условия экстремума функции; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

44. Выпуклость (вогнутость) графика функции; точки перегиба; необходимое условие точки перегиба; достаточное условие точки перегиба; асимптоты графика функции (вертикальные и наклонные); общая схема построения графика функции.

45. Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа; действия. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

46. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа; действия. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа.

47. Многочлены в комплексной области: понятие многочлена в комплексной области; теорема Безу; основная теорема алгебры (теорема Гаусса); разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители; условие тождественности двух многочленов.

48. Что называется функцией двух независимых переменных? областью определения и множеством значений такой функции? Понятие функции трёх независимых переменных и n независимых переменных. Что называется графиком функции двух независимых переменных? n независимых переменных? Что называется линией уровня функции $z=f(x,y)$? поверхностью уровня функции $u=f(x,y,z)$? Дайте понятие поверхности уровня для функции n независимых переменных.

49. Что называется пределом (по Коши) функции $z=f(x,y)$ в точке? каков его геометрический смысл? Сформулируйте свойства функций, имеющих в точке предел. Дайте определение непрерывности функции $z=f(x,y)$ в точке M_0 по совокупности переменных. Что означает непрерывность функции в области? Какие точки называются точками разрыва функции? Приведите примеры разрывных функций. Что такое полное приращение функции $z=f(x,y)$ в точке M_0 ? Что называется частным приращением функции $z=f(x,y)$ в точке M_0 ? Сформулируйте два определения непрерывности функции $z=f(x,y)$ в точке M_0 по отдельным переменным. Как связаны непрерывность функции в точке по совокупности переменных и непрерывность в этой точке по отдельным переменным? Сформулируйте основные свойства функций многих переменных, непрерывных в некоторой области: а) об арифметических операциях над непрерывными функциями; б) о непрерывности сложной функции; в) об устойчивости знака непрерывной функции; г) о промежуточном значении непрерывной функции; д) теорему Вейерштрасса.

50. Дайте определение частной производной функции $u=f(x,y,z)$ трёх независимых переменных по одной из них. Какова связь частной производной функции по некоторой переменной с непрерывностью функции по этой переменной? Дайте определение дифференцируемости функции в данной точке. Сформулируйте теорему о необходимом условии дифференцируемости. Сформулируйте теорему о достаточном условии дифференцируемости. Дайте понятие дифференцируемости функции n независимых переменных. Какая функция называется непрерывно дифференцируемой (гладкой)?

51. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции $u=f(x,y,z)$? Как выражается полный дифференциал функции через её частные производные? Что называется частным приращением и частным дифференциалом по x функции $u=f(x,y,z)$? Как выражается част-

ный дифференциал функции через её частную производную? Как применяется полный дифференциал функции $u=f(x,y,z)$ для приближенного вычисления ее значений?

52. Запишите правила дифференцирования сложной функции $u=f(x,y,z)$ одной и нескольких независимых переменных. Что называется полной производной? Дифференцирование сложных функций m независимых переменных.

53. Что понимается под инвариантностью формы первого дифференциала функции многих переменных? Инвариантность формы первого дифференциала функции $u=f(x,y,z)$. Сформулируйте правила исчисления дифференциалов.

54. Каков геометрический смысл частных производных функции $z=f(x,y)$? Дайте определение касательной плоскости и нормали к поверхности $z=f(x,y)$ в точке $N_0(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$? Напишите уравнения касательной плоскости и нормали в этой точке для случаев явного и неявного задания уравнения поверхности. Каков геометрический смысл полного дифференциала функции $z=f(x,y)$ в системе декартовых координат?

55. Что называется частными производными высших порядков для функции трёх независимых переменных? Распространите это понятие на случай функции n независимых переменных. В каком случае частные производные называются смешанными. Сформулируйте теорему о равенстве смешанных частных производных второго порядка функции $z=f(x,y)$. Сформулируйте теорему о независимости n -х смешанных частных производных функции $u=f(x_1, \dots, x_n)$ от порядка дифференцирования. Какая функция называется n раз дифференцируемой в данной точке?

56. Дайте определение дифференциала второго порядка функции $u=f(x,y)$ двух независимых переменных в данной точке и, пользуясь этим определением, запишите для него формулу. Дайте определение дифференциала n -го порядка функции $u=f(x,y)$ и напишите символическую формулу для его нахождения. Поясните смысл данной формулы. Запишите формулу для дифференциала второго порядка функции $u=f(x,y)$ в случае, когда x и y – дважды дифференцируемые функции каких-либо независимых переменных. Что означает неинвариантность формы дифференциалов высших порядков?

57. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора и запишите формулу Тейлора в двух видах. Что такое многочлен Тейлора? Каким свойством он обладает? Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа в случае функции $u=f(x,y)$ двух независимых переменных. Что называется формулой Маклорена?

58. Какая функция называется неявной? Приведите пример уравнения $F(x,y)=0$, определяющего неявную функцию, и пример уравнения, не определяющего неявной функции. Сформулируйте теорему о существовании, единственности и непрерывности неявной функции, определяемой уравнением $F(x,y)=0$. Каков геометрический смысл условий теоремы? Запишите формулу для производной неявной функции, дифференцируя по x тождество $F(x, f(x))=0$.

59. Дайте понятие неявной функции многих переменных, определяемой одним уравнением. Сформулируйте теорему о существовании, единственности и дифференцируемости неявной функции, определяемой уравнением $F(x,y,z)=0$. Как найти производные высших порядков неявно заданных функций?

60. Дайте определение локального экстремума функции $u=f(x)$ в точке x^0 . Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума. Приведите пример функции $u=f(x,y)$, удовлетворяющей в некоторой точке M_0 необходимому условию экстремума, но не имеющей в точке M_0 локального экстремума. Какие точки называются: стационарными; критическими?

61. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума функции $u=f(x)$ в точке x^0 . Являются ли условия этой теоремы необходимыми условиями экстремума? Напишите выражение для второго дифференциала функции $u=f(x)$ в точке x^0 , если x_1, x_2, \dots, x_n – независимые переменные. Сформулируйте теорему об отсутствии локального экстремума функции $u=f(x)$ в точке x^0 . При каких условиях в точке x^0 необходимы дополнительные исследования? Сформулируйте достаточные условия локального максимума, локального минимума и отсутствия экстремума функции $z=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$.

62. Сформулируйте определение условного экстремума функции $u=f(x)$ в точке x^0 . Что такое функция Лагранжа? Сформулируйте теорему о необходимых условиях Лагранжа условного

экстремума. Объясните, как исследовать далее точку возможного условного экстремума, найденную методом Лагранжа? Как найти наибольшее и наименьшее значения функции многих переменных в замкнутой ограниченной области?

Вопросы для экзамена

2 семестр

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Основные свойства неопределённого интеграла. Таблица основных неопределённых интегралов. Интегрирование подстановкой (заменой переменной): метод подведения под знак дифференциала; метод замены переменной. Интегрирование по частям.

2. Рациональные функции (дроби). Типы простейших дробей; их интегрирование. Разложение рациональной дроби на простейшие дроби. Методы нахождения коэффициентов разложения рациональной функции на простейшие дроби: метод неопределённых коэффициентов; метод частных значений.

3. Понятие о методе рационализации. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегралы вида: 1) $\int \sin^m x \cos^n x dx$ (2 случая); 2) $\int \operatorname{tg}^m x dx$; $\int \operatorname{ctg}^m x dx$.

4. Понятие о методе рационализации. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегралы вида: 3) $\int \cos(a_1 x + b_1) \cos(a_2 x + b_2) dx$; $\int \sin(a_1 x + b_1) \sin(a_2 x + b_2) dx$; $\int \sin(a_1 x + b_1) \cos(a_2 x + b_2) dx$; 4) $\int R(\sin x, \cos x) dx$.

5. Понятие о методе рационализации. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Интегралы вида: $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$; $\int \frac{Mx + N}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$; $\int \frac{dx}{(Mx + N)^r \sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ($r = 1, 2$); $\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$.

6. Определённый интеграл как предел интегральных сумм. Теоремы существования определённого интеграла. Геометрический и механический смысл определённого интеграла.

7. Основные свойства определённого интеграла.

8. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Ньютона – Лейбница. Формула Ньютона – Лейбница.

9. Методы вычисления определённых интегралов: метод замены переменной (подстановки); интегрирование по частям. Интегралы от чётных, нечётных и периодических функций.

10. Геометрические приложения определённых интегралов: вычисление площадей плоских фигур (площадь плоской фигуры в декартовой системе координат; площадь плоской фигуры в случае параметрического задания её границы).

11. Геометрические приложения определённых интегралов: вычисление длины дуги плоской кривой (длина дуги в декартовых координатах; длина дуги кривой, заданной в параметрической форме). Дифференциал длины дуги кривой.

12. Несобственные интегралы с бесконечными пределами (первого рода). Признаки сходимости несобственных интегралов первого рода (признак сравнения; предельный признак сравнения; признак сравнения для функций, меняющих знак на промежутке интегрирования; интегралы, применяющиеся для сравнения; абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы).

13. Несобственные интегралы от неограниченных функций (второго рода). Признаки сходимости несобственных интегралов второго рода (признак сравнения; предельный признак сравнения; признак сравнения для функций, меняющих знак на промежутке интегрирования; интегралы, применяющиеся для сравнения; абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы). Главное значение несобственного интеграла первого и второго рода.

14. Дайте определение дифференциального уравнения. Что называется дифференциальным уравнением в нормальной форме? Какие дифференциальные уравнения называются: обыкновенными; в частных производных? Что называется порядком дифференциального уравнения? Что на-

зывается: решением дифференциального уравнения; интегральной кривой дифференциального уравнения? Как называется процесс нахождения решения дифференциального уравнения?

15. Что называется дифференциальным уравнением первого порядка? Как записывается дифференциальное уравнение первого порядка в нормальной форме? в дифференциальной форме? Что называется решением (интегралом) дифференциального уравнения первого порядка? В чем состоит начальное условие для уравнения первого порядка? Дайте геометрическую интерпретацию задаче Коши. Сформулируйте теорему о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка. Что называется общим решением дифференциального уравнения первого порядка? Дайте определение частного решения. Что называется общим интегралом и частным интегралом уравнения первого порядка?

16. Дайте определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и укажите метод его интегрирования. Приведите примеры. Понятие о дифференциальных уравнениях, сводящихся к уравнениям с разделяющимися переменными, и методы их интегрирования.

17. Дайте определение однородной функции $f(x,y)$ порядка λ относительно переменных x и y . Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным? Как оно решается?

18. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным (однородным и неоднородным)? Сформулируйте теорему о существовании и единственности решения линейного уравнения первого порядка. В чём состоит метод подстановки (Бернулли) решения уравнения первого порядка?

19. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным (однородным и неоднородным)? В чём состоит метод вариации произвольной постоянной (Лагранжа) решения уравнения первого порядка? Дайте определение уравнения Бернулли и укажите метод его решения.

20. Что называется полным дифференциалом функции $u=f(x,y)$? Сформулируйте необходимое и достаточное условие того, чтобы выражение $P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ было полным дифференциалом некоторой функции $u=f(x,y)$. Какое уравнение первого порядка называется уравнением в полных дифференциалах? Опишите метод его решения.

21. Что называется дифференциальным уравнением n -го порядка? Дайте понятие и геометрическую интерпретацию общего решения, частного решения, общего интеграла и частного интеграла для уравнения n -го порядка. Укажите, как задаются начальные условия для уравнений n -го порядка. Сформулируйте теорему о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения n -го порядка.

22. Укажите виды дифференциальных уравнений n -го порядка, допускающих понижение порядка, и изложите способы их интегрирования.

23. Что называется линейным дифференциальным уравнением n -го порядка? Понятие однородного и неоднородного уравнения. Как формулируется задача Коши для данного типа уравнений? Сформулируйте теорему о существовании и единственности решения задачи Коши и следствие из неё. Что называется линейным дифференциальным оператором и каковы его свойства?

24. Что называется линейным однородным дифференциальным уравнением n -го порядка? Сформулируйте свойства его решений. Какая система функций называется линейно зависимой? Какая – линейно независимой? Что называется определителем Вронского и какова его роль в выяснении линейной зависимости системы функций класса $C^{(n-1)}(a, b)$? Сформулируйте теорему о необходимом условии линейной зависимости функций класса $C^{(n-1)}(a, b)$ и следствие из неё (достаточное условие линейной независимости функций).

25. Сформулируйте теорему, определяющую условия линейной независимости системы частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка, и следствие из неё. Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения. Какая система решений данного уравнения называется фундаментальной? Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка. В чем состоит принцип суперпозиции (наложения) решений?

26. В чем состоит метод вариации (Лагранжа) произвольных постоянных решения линейного неоднородного уравнения n -го порядка? Опишите его.

27. Что называется линейным однородным дифференциальным уравнением n -го порядка с постоянными коэффициентами? Опишите способ решения такого уравнения. Какое уравнение называется характеристическим? Как оно составляется? Какой вид имеет общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами при действительных и различных корнях характеристического уравнения? в случае комплексных корней характеристического уравнения? при кратных корнях характеристического уравнения?

28. Что называется линейным неоднородным дифференциальным уравнением n -го порядка с постоянными коэффициентами? Опишите правило отыскания частного решения такого уравнения с правой частью вида $f(x)=e^{\alpha x}[P_n(x)\cos\beta x+Q_m(x)\sin\beta x]$. Рассмотреть частные случаи правых частей данного вида. Приведите примеры. Как называется такой метод решения? Как можно находить решение данного уравнения, если правая часть его представлена в виде суммы нескольких функций?

29. Что называется системой дифференциальных уравнений? Дайте определение нормальной системы дифференциальных уравнений. Что называется решением такой системы? В чем состоит задача Коши для такой системы? Сформулируйте теорему о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Векторная форма записи для нормальной системы. Опишите геометрическую интерпретацию решений системы дифференциальных уравнений как фазовых траекторий в фазовом пространстве. Какая система называется динамической? Какая связь между интегральной кривой системы и фазовой траекторией? Какая система называется автономной? Её геометрическая интерпретация.

30. Как перейти от дифференциального уравнения n -го порядка к нормальной системе дифференциальных уравнений? В чём состоит метод исключения интегрирования систем дифференциальных уравнений? Опишите его. Какая нормальная система дифференциальных уравнений называется линейной? Дайте понятие линейной однородной и неоднородной системы. Какова матричная форма записи этих систем? Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений. Что называется: фундаментальной системой решений; фундаментальной матрицей системы? Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.

31. Опишите метод решения однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью характеристического уравнения. Рассмотрите случай простых корней (действительных и комплексных).

32. Опишите метод решения однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью характеристического уравнения. Рассмотрите случай кратных корней характеристического уравнения. Опишите метод вариации произвольных постоянных решения неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

33. Числовые ряды: определение; общий член ряда; частичная сумма ряда; определение сходящегося и расходящегося ряда; сумма ряда; сходимость ряда, составленного из членов геометрической прогрессии; понятие суммы двух рядов и произведения ряда на действительное число; понятие остатка ряда. Сформулируйте необходимое и достаточное условие сходимости числового ряда. Сформулируйте простейшие свойства числовых рядов. Практические задачи, решаемые при рассмотрении числовых рядов.

34. Сформулируйте необходимый признак (условие) сходимости ряда. Сформулируйте достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (признак сравнения, предельный признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).

35. Сформулируйте достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Дайте понятие мажорантного ряда. Ряды, применяемые для сравнения.

36. Дайте понятие знакопеременного числового ряда. Дайте определение абсолютно и условно сходящегося ряда. Из абсолютной сходимости ряда следует его сходимость? Сформулируйте

те достаточные признаки абсолютной сходимости числовых рядов. Приведите примеры абсолютно сходящихся числовых рядов. Дайте определение знакопередающегося числового ряда. Сформулируйте признак Лейбница достаточной сходимости знакопередающихся рядов.

37. Дайте определение знакопередающегося числового ряда. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакопередающихся рядов. Понятие ряда Лейбница. Оценка остатка ряда Лейбница. Сформулируйте свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

38. Функциональные ряды: определение; частичная сумма ряда; остаток ряда; точка сходимости; область сходимости; сумма ряда; абсолютная сходимость; признаки исследования на абсолютную сходимость. Дайте определение равномерной сходимости функционального ряда и её геометрическую иллюстрацию. Дайте определение равномерной сходимости функционального ряда. Сформулируйте основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов (о непрерывности суммы; о почленном интегрировании; о почленном дифференцировании).

39. Дайте определение степенного ряда. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенных рядов. Что называется интервалом и радиусом сходимости степенного ряда? Запишите формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда. Сформулируйте теорему о непрерывности суммы, интегрировании и дифференцировании степенных рядов. Приведите примеры.

40. Дайте определение ряда Тейлора и ряда Маклорена. Сформулируйте необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора функции $f(x)$ к самой функции. Дайте понятие остаточного члена ряда Тейлора (форма Пеано и Лагранжа). Сформулируйте достаточный признак разложения функции $f(x)$ в ряд Тейлора. Сформулируйте теорему о единственности разложения функции $f(x)$ в ряд Тейлора.

41. Изложите метод приближенного вычисления функций и определенных интегралов с помощью рядов Тейлора. Как производится оценка остатка ряда в случае знакопередающихся и знакоположительных рядов? Приведите примеры.

42. Изложите методы приближенного интегрирования дифференциальных уравнений с помощью рядов Тейлора (метод неопределённых коэффициентов и метод последовательного дифференцирования). Приведите пример на метод последовательного дифференцирования.

43. Дайте определения: а) функции с интегрируемым квадратом; б) скалярного произведения двух функций; в) нормы действительной функции; г) нормированности двух функций на заданном отрезке; д) ортогональности двух функций и системы функций на заданном отрезке; е) ортонормированности системы функций на заданном отрезке. Приведите примеры ортогональных систем функций на заданном отрезке $[-\pi, \pi]$.

44. Запишите тригонометрический ряд Фурье 2π -периодической функции. Запишите формулы для коэффициентов ряда Фурье. Какая функция называется кусочно-монотонной; кусочно-гладкой? Сформулируйте достаточные условия разложимости функции в ряд Фурье.

45. Запишите ряды Фурье для четных и нечетных 2π -периодических функций. Запишите формулы для коэффициентов этих рядов Фурье. Как производится разложение в ряд Фурье непериодических функций, заданных на отрезке длины 2π и на отрезке $[0, \pi]$? Приведите формулы для коэффициентов Фурье этих рядов.

46. Запишите ряд Фурье для функций с произвольным периодом $T=2l$ и коэффициенты Фурье для этого ряда. Запишите коэффициенты Фурье для чётных и нечётных $2l$ -периодических функций.

47. Что называется интегральной суммой Римана в замкнутой области? Дайте определение предела интегральных сумм Римана и двойного интеграла для случаев произвольного разбиения области на части и разбиения прямыми, параллельными осям координат.

48. Сформулируйте теоремы существования двойного интеграла: а) об интегрируемости ограниченных функций; б) об интегрируемости непрерывных функций; в) об интегрируемости кусочно-непрерывных функций. Какая функция называется кусочно-непрерывной? Сформулируйте основные свойства двойного интеграла.

49. Сформулируйте теоремы существования двойного интеграла: а) об интегрируемости ограниченных функций; б) об интегрируемости непрерывных функций; в) об интегрируемости кусочно-непрерывных функций. Какая функция называется кусочно-непрерывной? Что называется

повторным (двукратным) интегралом от функции $f(x,y)$ по области D ? Как он вычисляется? Сформулируйте теорему о сведении двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.

50. Дайте определение и геометрическую иллюстрацию y -трапециевидной и x -трапециевидной областей. Сформулируйте теоремы о сведении двойного интеграла к повторному для указанных видов областей интегрирования. Как сводится двойной интеграл к повторному в случае произвольной области с кусочно-гладкой границей? Какие операции называются приведением двойного интеграла к повторному и изменением порядка интегрирования?

51. Какая функция называется отображением из n -мерного действительного пространства в m -мерное действительное пространство? В каком случае такое отображение называется дифференцируемым в данной точке? Что называется матрицей Якоби? Какое отображение называется гладким? Что называется якобианом отображения? Какое отображение называется регулярным? При каких условиях отображение будет взаимно однозначным, а обратное для него отображение – регулярным? Сформулируйте соответствующие теоремы.

52. Запишите формулу замены переменной в двойном интеграле. Запишите формулы для вычисления двойного интеграла в полярных координатах. Что является координатными линиями для полярных координат? Приведите основные формулы для вычисления геометрических и механических величин с помощью двойных интегралов.

53. Что называется тройным интегралом от функции $f(x,y,z)$ по пространственной области V ? Сформулируйте основные свойства тройного интеграла. Укажите геометрический и физический смысл тройного интеграла.

54. Запишите формулы вычисления тройного интеграла в декартовых координатах для случаев прямоугольной и криволинейной областей. Что называется трехкратным интегралом от функции $f(x,y,z)$ по области V ? Как он вычисляется? Запишите формулу замены переменной в тройном интеграле. Что называется криволинейными координатами точки в области V ?

55. Запишите формулы для вычисления тройного интеграла в цилиндрической и сферической системе координат. Что является криволинейными координатными поверхностями в этих системах координат? Приведите основные формулы для вычисления геометрических и механических величин с помощью тройных интегралов.

56. Рассмотрите задачу о вычислении массы материальной кривой, приводящую к понятию криволинейного интеграла первого рода. Дайте определение криволинейного интеграла первого рода. Каков его физический смысл?

57. Запишите формулы вычисления криволинейного интеграла первого рода с помощью определенного интеграла для: а) плоской кривой в декартовых координатах; заданной параметрически; б) пространственной кривой, заданной параметрически. Сформулируйте свойства криволинейных интегралов первого рода. Какие физические приложения криволинейных интегралов первого рода вы знаете?

58. Дайте определение криволинейного интеграла второго рода. Каков его физический смысл? Какая кривая называется ориентированной? Как записывается криволинейный интеграл второго рода для пространственной кривой, заданной параметрически?

59. Запишите формулы вычисления криволинейного интеграла второго рода с помощью определенного интеграла для: а) пространственной кривой, заданной параметрически; б) плоской кривой, заданной параметрически; в декартовых координатах. Получите формулу связи между криволинейными интегралами первого и второго рода для пространственной и плоской кривой. Сформулируйте свойства криволинейных интегралов второго рода.

60. От чего зависит в общем случае криволинейный интеграл второго рода? Что означает утверждение: "Криволинейный интеграл второго рода не зависит от пути интегрирования"? Какое направление обхода замкнутой кривой принимают за положительное? Как обозначается криволинейный интеграл второго рода по замкнутому контуру L в положительном направлении? Какое выражение называется дифференциальной формой? Дайте определение односвязной области на плоскости. Является ли односвязной областью: прямоугольник; круг; круг с выброшенным центром? Пусть функции $P(x,y)$, $Q(x,y)$ и их частные производные непрерывны в односвязной области D . Сформулируйте необходимые и достаточные условия независимости криволинейного интеграла

второго рода от пути интегрирования. Напишите формулу для восстановления функции $u(x,y)$ по её полному дифференциалу $du(x,y)=P(x,y)dx+Q(x,y)dy$.

61. В каком случае граница Γ замкнутой области D считается положительно (отрицательно) ориентированной? Какая замкнутая область D называется положительно (отрицательно) ориентированной? Напишите формулу Грина и сформулируйте условия, при которых она верна. Каков её смысл? Напишите формулу для вычисления площади области D с помощью криволинейного интеграла по её границе Γ . Какие физические приложения криволинейных интегралов второго рода вы знаете?

62. Дайте определение поверхностного интеграла первого рода. Напишите формулу вычисления поверхностного интеграла первого рода с помощью двойного интеграла для: а) явно заданной поверхности; б) поверхности, заданной неявно.

63. Запишите определение поверхностного интеграла первого рода. Сформулируйте свойства поверхностных интегралов первого рода. Какие физические приложения поверхностных интегралов первого рода вы знаете?

64. Дайте определения: а) гладкой поверхности; б) внутренней точки поверхности; в) граничной точки поверхности; г) ориентированной поверхности; д) положительной и отрицательной сторон поверхности; е) двухсторонней поверхности; ж) односторонней поверхности. Приведите примеры двухсторонних поверхностей и односторонней поверхности. Каким характеристическим свойством обладает двухсторонняя поверхность; односторонняя поверхность? Как записывается вектор нормали и единичный вектор нормали для: а) поверхности, заданной в явном виде; б) поверхности, заданной неявно? Как согласуется знак перед вектором нормали с выбранной стороной поверхности?

65. Сформулируйте определение поверхностного интеграла второго рода. Каков его физический смысл? Напишите формулы сведения поверхностного интеграла второго рода к двойному интегралу в случае, если поверхность задана: а) явно; б) неявно. Напишите формулу, связывающую поверхностные интегралы первого и второго рода. Сформулируйте свойства поверхностных интегралов второго рода.

66. Что называется границей или краем поверхности? Какая поверхность называется замкнутой? Приведите примеры замкнутых поверхностей, т.е. поверхностей без края. Дайте определение: а) z -цилиндрической области; б) u -цилиндрической области; в) x -цилиндрической области. Какая область называется простой? Напишите формулу Остроградского – Гаусса и сформулируйте условия, при которых эта формула справедлива. Что выражает данная формула? Напишите формулу для вычисления объема области V с помощью интеграла по её поверхности S . Дайте определение $kuз$ -проецируемой поверхности. Приведите пример такой поверхности. Напишите формулу Стокса и сформулируйте условия, при которых эта формула верна. Что выражает данная формула?

67. Дайте определение скалярного поля и приведите примеры физических скалярных полей. Какое поле называется плоским? Что такое поверхности уровня и линии уровня? Приведите примеры поверхностей и линий уровня. Дайте определение производной по направлению для скалярного поля. Как связана производная по направлению с частными производными? Какую характеристику скалярного поля определяет производная по направлению? По каким направлениям производные плоского и пространственного скалярных полей равны нулю? Дайте определение градиента скалярного поля. Как связана производная по направлению с градиентом скалярного поля в данной точке? В каком направлении производная по направлению является: а) наибольшей; б) наименьшей; в) равной нулю? Дайте инвариантное определение градиента скалярного поля. Как геометрически расположен вектор градиента скалярного поля в данной точке?

68. Дайте определение векторного поля и приведите примеры физических векторных полей. Какое векторное поле называется дифференцируемым в данной области? Какое поле называется плоским? Что такое векторные линии? Приведите примеры векторных линий физических полей. Как записываются дифференциальные уравнения векторных линий в прямоугольных координатах? Что называется векторными трубками?

69. Что называется потоком векторного поля через поверхность? Напишите выражения для потока в векторной форме и в прямоугольных координатах. Приведите примеры потоков физиче-

ских полей через заданные поверхности. Укажите способы вычисления потока векторного поля через незамкнутую поверхность. Дайте определение дивергенции векторного поля. Каков физический смысл дивергенции? Сформулируйте свойства дивергенции. Запишите формулу Остроградского – Гаусса в векторной форме. Каков её физический смысл? Дайте инвариантное определение дивергенции векторного поля. Как записывается поток векторного поля через замкнутую поверхность? По какой формуле его удобно вычислять? Дайте физическое толкование потока векторного поля через замкнутую поверхность.

70. Что называется линейным интегралом векторного поля вдоль линии? Как он записывается и вычисляется? Укажите физический смысл линейного интеграла для случая силового векторного поля. Что называется циркуляцией векторного поля вдоль замкнутого контура? Как она вычисляется и что характеризует?

71. Дайте определение ротора векторного поля. Запишите формулу Стокса в векторной форме. Каков физический смысл формулы Стокса? Напишите выражение для ротора плоского векторного поля. Что называется плотностью циркуляции векторного поля в данной точке? Дайте инвариантное определение ротора векторного поля и сделайте его анализ.

72. Дайте определение ротора векторного поля. Выясните физический смысл ротора на примере поля скоростей точек твердого тела, вращающегося вокруг оси Oz с постоянной угловой скоростью. Сформулируйте свойства ротора (3 свойства).

73. Какое векторное поле называется соленоидальным (трубчатым)? Приведите примеры соленоидальных полей. Какая область называется объемно односвязной? Приведите примеры объемно односвязных областей и областей, не являющихся объемно односвязными. Каким свойством обладает соленоидальное векторное поле в объемно односвязной области? Запишите закон сохранения интенсивности векторной трубки для соленоидального поля. Каков его гидродинамический смысл?

74. Какое векторное поле называется потенциальным (безвихревым)? Что такое потенциальная функция и потенциал этого поля? Запишите дифференциальные уравнения для определения потенциала векторного поля. Приведите примеры потенциальных полей. Что называется эквипотенциальными поверхностями? Дайте определение поверхностно односвязной области в пространстве. Приведите примеры поверхностно односвязных областей и областей, не являющихся поверхностно односвязными. Сформулируйте необходимое и достаточное условие потенциальности векторного поля.

75. Какое векторное поле называется потенциальным (безвихревым)? Сформулируйте свойства $1^0 - 4^0$ потенциального поля. Что означает свойство 4^0 применительно к силовому полю? Каким образом можно представить любое векторное поле?

76. Перечислите дифференциальные операции первого порядка в скалярных и векторных полях. Что такое оператор Гамильтона (оператор "набла")? Запишите с помощью оператора Гамильтона: а) градиент скалярного поля; б) дивергенцию векторного поля; в) ротор векторного поля. Запишите правила вычислений с оператором "набла" при действии на линейную комбинацию и на произведение нескольких скалярных или векторных функций.

77. Перечислите дифференциальные операции первого порядка в скалярных и векторных полях. Что такое оператор Гамильтона ("набла")? Перечислите повторные дифференциальные операции в скалярных и векторных полях. При каких условиях они возможны? Запишите их с помощью оператора "набла". Что такое оператор Лапласа и как он связан с оператором Гамильтона? Результаты каких повторных дифференциальных операций тождественно равны нулю? Что называется уравнением Лапласа? Как называется функция, удовлетворяющая этому уравнению? Где используется уравнение Лапласа? Какое поле называется гармоническим?

3 семестр

1. Какая плоскость называется комплексной плоскостью? Дайте определения: а) ε -окрестности точки; б) ограниченного множества; в) предела последовательности комплексных чисел. Сформулируйте необходимое и достаточное условие сходимости последовательности комплексных чисел $\{z_n\} = \{x_n + iy_n\}$. В каком случае последовательность комплексных чисел называется

сходящейся к бесконечно удалённой точке $z=\infty$. Что геометрически означает неравенство $|z_n|>R$? Дайте определения: а) расширенной комплексной плоскости; б) окрестности бесконечно удалённой точки. Каким уравнением определяется на комплексной плоскости непрерывная или гладкая кривая? Дайте определения на расширенной комплексной плоскости: а) внутренней точки множества; б) граничной точки множества; в) границы множества; г) замкнутого множества; д) открытого множества; е) связного множества; ж) области; з) замкнутой области; и) n -связного множества. Приведите примеры областей.

2. Дайте понятие функции комплексной переменной (ФКП). Какая функция называется однозначной; многозначной? Что называется действительной и мнимой частью функции комплексной переменной? Дайте геометрическую интерпретацию однозначной функции комплексной переменной. Что такое риманова поверхность?

3. Что называется окрестностью точки данного множества комплексной плоскости? Дайте определение предела функции комплексной переменной в точке. Сформулируйте свойства ФКП, имеющей в точке предел. Какая ФКП называется непрерывной в точке; на множестве?

4. Дайте понятие элементарной функции комплексной переменной. Рассмотрите следующие элементарные ФКП: 1) степенная функция, её свойства; 2) целая рациональная функция (многочлен), её свойства; 3) дробно-рациональная функция (рациональная дробь), её свойства; 4) показательная функция, её свойства.

5. Дайте понятие элементарной функции комплексной переменной. Рассмотрите следующие элементарные ФКП: 5) тригонометрические функции и их свойства; 6) гиперболические функции и их свойства; 7) логарифмическая функция, её свойства.

6. Дайте понятие элементарной функции комплексной переменной. Рассмотрите следующие элементарные ФКП: 8) общая степенная функция, её свойства; 9) общая показательная функция, её свойства; 10) обратные тригонометрические функции, их; 11) обратные гиперболические функции.

7. Дайте определение производной ФКП в точке. Дайте понятие дифференцируемости ФКП в точке и в области. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости ФКП. Как связаны между собой дифференцируемость ФКП в точке и её непрерывность в этой точке?

8. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости ФКП в терминах действительных функций (условиях Коши – Римана). Дайте определение ФКП, аналитической в данной точке. Какая ФКП называется аналитической в области? Дайте понятие правильной и особой точки ФКП. Как находится производная аналитической функции?

9. Установите геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической ФКП. Какое отображение называется конформным?

10. Какая функция называется гармонической в области? Какие функции являются сопряжёнными гармоническими функциями? Как восстановить аналитическую в односвязной области функцию по известной её действительной или мнимой части? Сформулируйте соответствующую теорему.

11. Что такое интеграл от ФКП? Сформулируйте достаточный признак существования такого интеграла. Запишите формулы для вычисления интеграла от ФКП через криволинейные интегралы от действительной и мнимой части. Как вычисляется интеграл от ФКП, если гладкая кривая задана уравнением $z=z(t)=x(t)+iy(t)$, $t\in[\alpha, \beta]$? Сформулируйте основные свойства интеграла от ФКП.

12. Сформулируйте теорему Коши для односвязной области и следствие из неё (теорему Коши для многосвязной области). Что такое интеграл с переменным верхним пределом от ФКП? Как формулируется теорема, обратная теореме Коши (теорема Мореры)? Что такое первообразная и неопределённый интеграл от ФКП? Как вычисляются неопределённый и определённый интегралы от аналитических функций?

13. Запишите интегральную формулу Коши для односвязной области. Каков смысл этой формулы? Запишите интегральную формулу Коши для многосвязной области. Для чего она применяется?

14. Запишите формулу для вычисления во внутренней точке односвязной области производной n -го порядка аналитической функции. Для чего применяется эта формула? В чём заключается бесконечная дифференцируемость аналитических функций?

15. Что называется комплексным степенным рядом по степеням $(z-a)$? по степеням z ? Сформулируйте теорему Абеля для комплексных степенных рядов и проведите её анализ. Что называется радиусом сходимости степенного ряда? кругом сходимости этого ряда? Приведите формулы для определения радиуса сходимости. Сформулируйте теорему о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Сформулируйте теорему о разложении аналитической функции в ряд Тейлора.

16. Дайте понятие ряда Лорана. Сформулируйте теорему о разложимости аналитической функции в ряд Лорана. Что называется правильной (регулярной) частью ряда Лорана? Что называется его главной частью? Каким образом на практике получают коэффициенты ряда Лорана? Сформулируйте теорему о единственности разложения аналитической функции в ряд Лорана.

17. Что такое нуль аналитической функции? Что называется нулём порядка k такой функции? Что называется простым нулём? Сформулируйте необходимое и достаточное условие того, чтобы точка $z=a$ была нулём порядка k аналитической функции. Какие нули называются изолированными? Сформулируйте теорему об изолированности нулей аналитической функции. Дайте определение и классификацию особых точек аналитической функции. Какая связь между нулями и полюсами порядка k аналитических функций? Как определяется тип особой точки $z=a$ в случае, когда она является нулём числителя и знаменателя?

18. Дайте определение вычета аналитической функции относительно изолированной особой точки. Чему равен вычет функции в устранимой особой точке? Поясните свое утверждение. Запишите формулы для вычисления вычетов в простом полюсе и полюсе порядка k . Как найти вычет аналитической функции в существенно особой точке? Сформулируйте основную теорему Коши о вычетах.

19. Какую роль играют особые точки и вычеты аналитических функций в комплексном анализе? Приложения теории вычетов к вычислению интегралов: 1) вычисление контурных интегралов; 2) вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\sin t, \cos t) dt$; 3) вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$, где $R(x)$ – рациональная функция. Сформулируйте соответствующую теорему.

20. Дайте определение преобразования Лапласа. Что называется изображением и оригиналом? Каким условиям должны удовлетворять функции-оригиналы? Что такое показатель роста функции? Сформулируйте теорему об аналитичности изображения и следствие из неё. Всякая ли функция $F(p)$ может служить изображением оригинала? Дайте определение единичной функции Хевисайда и найдите её изображение. Найдите изображение оригиналов: а) $f(t)=e^{\alpha t}$; б) $f(t)=t$; в) $f(t)=t^n$.

21. Сформулируйте свойство линейности изображения и найдите изображения оригиналов: а) $\sin \beta t$, $\beta > 0$; б) $\cos \beta t$; в) $\operatorname{sh} \beta t$, $\beta > 0$; в) $\operatorname{ch} \beta t$. Сформулируйте свойство подобия. Сформулируйте свойство смещения и найдите изображения оригиналов: а) $e^{\alpha t} \sin \beta t$; б) $e^{\alpha t} \cos \beta t$; в) $e^{\alpha t} t^n$. Сформулируйте свойства запаздывания и опережения. Найдите изображение оригинала $\sin(t-\pi/2)$, $t > \pi/2$. В каких случаях удобно использовать свойство запаздывания?

22. Сформулируйте свойство о дифференцировании оригинала и следствие из него. Найдите изображение дифференциального выражения $f''(t)+2f'(t)+f(t)$, если $f(0)=1$, $f'(0)=2$, $f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(p)\}$. Сформулируйте свойство о дифференцировании изображения и следствие из него. Найдите изображение функции $f(t)=t^2 \sin t$. Сформулируйте свойство об интегрировании оригинала. Найдите оригинал $f(t)$ по его изображению $F(p)=1/[p(p-1)]$. Сформулируйте свойство об интегрировании изображения. Найдите изображение оригинала $f(t)=\sin \beta t/t$.

23. Сформулируйте свойство об изображении периодического оригинала. Что называется свёрткой двух оригиналов $f_1(t)$ и $f_2(t)$? Какими свойствами обладает свёртка? Сформулируйте теорему Бореля о свёртке и запишите формулу умножения изображений. Найдите оригинал $f(t)$ по его изображению $F(p)=p/(p^2+1)^2$. Запишите интеграл Дюамеля и формулы Дюамеля. Найдите ориги-

нал $f(t)$ по изображению $F(p)=p^2/(p^2+1)^2$. Сформулируйте теорему о предельных соотношениях в операционном исчислении.

24. Сформулируйте теорему обращения преобразования Лапласа. Запишите интеграл (формулу) Меллина. Как можно вычислить интеграл Меллина, если изображение $F(p)$ удовлетворяет условиям леммы Жордана? Сформулируйте вторую теорему разложения. Запишите основную формулу разложения. Приведите другие формулы разложения. Как еще на практике находят оригиналы для изображений, являющихся рациональными дробями?

25. Изложите операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и их систем с постоянными коэффициентами.

26. Какие задачи называют комбинаторными? Что такое комбинаторика? Уровни решения комбинаторных задач. Что называют перечислительной комбинаторикой (теорией перечислений)? Как формулируется закон комбинаторики, называемый правилом суммы? Как формулируется закон комбинаторики, называемый правилом произведения? Что называют размещениями без повторений из m элементов по k ? Запишите формулу для их вычисления. Что называют перестановками без повторений из m элементов? Запишите формулу для их вычисления. Что называют сочетаниями без повторений из m элементов по k ? Запишите формулу для их вычисления.

27. Какие задачи называют комбинаторными? Что такое комбинаторика? Уровни решения комбинаторных задач. Что называют перечислительной комбинаторикой (теорией перечислений)? Как формулируется закон комбинаторики, называемый правилом суммы? Как формулируется закон комбинаторики, называемый правилом произведения? Что называют размещениями с повторениями из m элементов по k ? Запишите формулу для их вычисления. Что называют перестановками с повторениями из m элементов? Запишите формулу для их вычисления. Что называют сочетаниями с повторениями из m элементов по k ? Запишите формулу для их вычисления.

28. Что изучает теория вероятностей? Что называют опытом, или испытанием? Какой опыт называют случайным? Приведите пример. Что называют событием? Какое событие в данном опыте называют: случайным; достоверным; невозможным? Какие события называют: элементарными; составными? Приведите пример. Что называют пространством элементарных событий? Какие события в данном опыте называют: несовместными; противоположными? Приведите примеры. Что называют полной группой событий? Что представляет собой полная группа событий при подбрасывании: одной монеты; двух монет?

29. Как обозначаются в пространстве элементарных событий: невозможное, достоверное, противоположное события? Какие события называются эквивалентными? Что называют суммой, или объединением, двух событий? Как обозначают сумму двух событий: совместных; несовместных? Приведите пример суммы двух событий. Что называют произведением, или пересечением, двух событий? Как обозначают произведение двух событий? Приведите пример произведения двух событий. Что называют разностью двух событий? Что называют дополнением к событию A ?

30. Что понимают под вероятностью события? Какова цель теории вероятностей? Что включает в себя математическая модель опыта? Какое пространство элементарных событий называют дискретным? Что называют вероятностью элементарного события? Что называют вероятностью события A ? Что называют пространством с равновероятными исходами? Какое определение вероятности называют классическим? По какой формуле она вычисляется? Что такое частота события? Какое определение вероятности называют статистическим? В чём отличие статистической вероятности от классической вероятности?

31. Сформулируйте свойства вероятности (8 свойств). Что называют геометрической вероятностью? Как определяется геометрическая вероятность: в пространственном случае; в плоском случае; в линейном случае? Приведите собственный пример на геометрическую вероятность.

32. Что называется алгеброй в аксиоматическом определении вероятности? Что называется σ -алгеброй? Какие события содержит σ -алгебра? Что называют вероятностной мерой и вероятностью события A при аксиоматическом определении вероятности? Сформулируйте аксиомы вероятности (3 аксиомы). Запишите из аксиом вероятности основные свойства вероятности: 1^0 . $(A \subset B) \Rightarrow P(A) \leq P(B)$; 2^0 . $0 \leq P(A) \leq 1, \forall A \in F$. Что называют вероятностным пространством?

33. Что называют условной вероятностью события A ? По какой формуле она вычисляется? Обоснуйте данную формулу в случае пространства событий с конечным числом исходов. Запишите формулу умножения вероятностей двух событий. Сформулируйте теорему умножения вероятностей n событий и запишите её для случая $n = 3$. Какие события называют независимыми? Чему равна вероятность произведения двух независимых событий? Какие события называют: попарно независимыми; независимыми в совокупности? Какая между ними связь? Чему равна вероятность произведения n независимых в совокупности событий? Как найти вероятность появления хотя бы одного из n независимых в совокупности событий?

34. Какие события называют гипотезами? Сформулируйте теорему о полной вероятности. Запишите формулу Байеса. Для чего она применяется? Какими должны быть испытания, чтобы можно было применять формулу Бернулли? Какие последовательные испытания называют независимыми? Что называют испытаниями, или схемой, Бернулли? Запишите формулу Бернулли.

35. Какое распределение вероятностей называют биномиальным? Чем объясняется слово «биномиальный» в названии распределения? Какой вид имеет формула, определяющая вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится от k до l раз ($0 \leq k < l \leq n$)? Что называют наивероятнейшим числом появления события A в серии из n независимых испытаний? Запишите формулу для нахождения этого числа. При каких условиях можно применять закон распределения Пуассона? Запишите формулу Пуассона и объясните смысл каждого символа. Почему закон распределения Пуассона называют законом редких явлений (событий)?

36. Как формулируется локальная предельная теорема Муавра – Лапласа? Какой вид имеет приближённая локальная формула Муавра – Лапласа? Как формулируется интегральная предельная теорема Муавра – Лапласа? Какой вид имеет приближённая интегральная формула Муавра – Лапласа? Как определяется функция Лапласа? В каких случаях можно пользоваться приближёнными формулами Муавра – Лапласа?

37. Что называют случайной величиной? Приведите примеры случайных величин. Дайте строгое определение скалярной случайной величины. Какую величину называют: дискретной случайной величиной; непрерывной случайной величиной? Что называют законом распределения дискретной случайной величины? Как задают закон распределения дискретной случайной величины?

38. Как определяется функция распределения случайной величины X ? Какие другие названия используют для функции распределения? Сформулируйте свойства функции распределения (10 свойств). Какую случайную величину называют непрерывной? Что называют размахом случайной величины X ? Какие свойства функции распределения являются основными? Какой вид имеет график функции распределения?

39. Как строится функция распределения для дискретной случайной величины? Является ли непрерывной функция распределения для дискретной случайной величины? Что называют плотностью вероятности случайной величины? Как по-другому называют плотность вероятности? Как выражается плотность вероятности через функцию распределения? Сформулируйте свойства плотности вероятности (4 свойства).

40. Приведите наиболее употребительные законы распределения случайных величин: 1) биномиальный; 2) распределение Пуассона; 3) равномерное распределение; 4) нормальное распределение; 5) экспоненциальное распределение. Сделайте их анализ.

41. Что называют функцией случайного аргумента X ? Как записывают закон распределения дискретной случайной величины $Y = \varphi(X)$ по известному закону распределения дискретной случайной величины X ? Как записывают функцию распределения $F_Y(y)$ непрерывной случайной величины $Y = \varphi(X)$ по известной функции распределения $F_X(x)$ непрерывной случайной величины X ? Как по известной плотности вероятности $f_X(x)$ непрерывной случайной величины X найти плотность вероятности $f_Y(y)$ непрерывной случайной величины $Y = \varphi(X)$? Сформулируйте соответствующую теорему.

42. Что называют математическим ожиданием дискретной случайной величины X ? Как определяют математическое ожидание непрерывной случайной величины X ? Какое другое название

используют для математического ожидания? Чем объясняется это название? Сформулируйте основные свойства математического ожидания (5 свойств).

43. Что называют отклонением случайной величины от её математического ожидания? Как по-другому называют это отклонение? Как определяется дисперсия случайной величины? Что она характеризует? Запишите формулы для дисперсии дискретной и непрерывной случайных величин. Что такое среднее квадратическое отклонение? Запишите более удобные формулы для вычисления дисперсии. Что означают следующие выражения: $D(X) \geq 0$; $D(X) = 0$? Сформулируйте основные свойства дисперсии (3 свойства).

44. Запишите формулы для математического ожидания и дисперсии биномиального закона распределения; распределения Пуассона; равномерного распределения; нормального распределения; экспоненциального распределения.

45. Что называют модой: дискретной случайной величины; непрерывной случайной величины? Что называют медианой непрерывной случайной величины? Как определяется медиана случайной величины X по известной функции распределения $F(x)$? Дайте геометрическую интерпретацию моде и медиане. Что называют начальным моментом k -го порядка случайной величины? Какими формулами определяется начальный момент k -го порядка для: непрерывной случайной величины; дискретной случайной величины? Чему равен начальный момент первого порядка? Что называют центральным моментом k -го порядка случайной величины? Какими формулами определяется центральный момент k -го порядка для: непрерывной случайной величины; дискретной случайной величины? Чему равны центральные моменты: нулевого, первого, второго порядка? Запишите соотношения между начальными и центральными моментами различных порядков.

46. Что такое закон больших чисел? Какие формы он имеет? Какой вид имеет первое неравенство Чебышева? Какой вид имеет второе неравенство Чебышева? Запишите второе неравенство Чебышева в центрированной форме. Какой вид имеет неравенство Чебышева, подчеркивающее уместность выбора дисперсии в качестве меры рассеяния значений случайной величины от математического ожидания? Обоснуйте данный факт. Что такое «правило трех сигм»? Сформулируйте различные определения предела последовательности случайных величин $\{X_n\}$: *сходимость к событию X с вероятностью единица*; *сходимость к событию X в среднеквадратическом смысле*; *сходимость к событию X по вероятности*. Сформулируйте теорему Чебышева и запишите формулу, выражающую эту теорему. Как по-другому записывают эту формулу?

47. Сформулируйте теорему Хинчина. Как она применяется в теории измерений? Сформулируйте теорему Бернулли. Как она связана со статистическим определением вероятности? Что устанавливает центральная предельная теорема? Какие формы она имеет? Сформулируйте теорему Ляпунова. Сформулируйте предельные теоремы Муавра – Лапласа: локальную и интегральную. К какой схеме испытаний они относятся? В каких случаях их применяют?

48. Что изучает математическая статистика? Что называют: генеральной совокупностью; элементами генеральной совокупности? Какая основная задача математической статистики? Что называют: выборкой; объёмом выборки? Какую выборку называют репрезентативной (представительной)? Что называют: выборкой с возвращением; без возвращения? В каком случае получают более представительную выборку? Что называют вариантом случайной величины? Что называют статистическим рядом несгруппированных данных? Что называют вариационным рядом? Что такое относительная частота наблюдений случайной величины? Что называют статистическим рядом сгруппированных данных? Что называют эмпирической функцией распределения? Каковы её свойства? Как выглядит её график? Что называют: гистограммой частот и гистограммой относительных частот; полигоном частот и полигоном относительных частот? Как они строятся?

49. Приведите формулы для нахождения числовых характеристики выборки: выборочного среднего; выборочной дисперсии; модифицированной дисперсии; выборочного среднего квадратического отклонения; размаха выборки; центральных и начальных моментов; асимметрии; эксцесса; ковариации. Что означает: положительная (отрицательная) асимметрия; положительный (отрицательный) эксцесс; положительная (отрицательная) и равная нулю ковариация? Сформулируйте свойства выборочного среднего и дисперсии (2 теоремы и следствие).

50. Что такое оценка неизвестного параметра распределения? В чём она заключается? Что называют статистикой? Какие существуют виды оценок? Приведите классификацию точечных оценок: несмещённость; смещённость; эффективность; асимптотическая эффективность; состоятельность. Что является несмещёнными оценками математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности? Приведите примеры других типов оценок.

51. Приведите классификацию точечных оценок: несмещённость; смещённость; эффективность; асимптотическая эффективность; состоятельность. Изложите метод моментов (Пирсона) и метод наименьших квадратов нахождения точечных оценок.

52. Что называют интервальным оцениванием? Что такое доверительный интервал? Что называют: коэффициентом доверия (уровнем значимости); доверительной вероятностью (надёжностью); доверительными границами? Запишите формулу для вероятности попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал. В чём состоит правило «трёх сигм»?

53. Что называют интервальным оцениванием? Что такое доверительный интервал? Что называют: коэффициентом доверия (уровнем значимости); доверительной вероятностью (надёжностью); доверительными границами? Запишите доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при известной дисперсии?

54. Что называют χ^2 (хи-квадрат)-распределением (распределением Пирсона) с n степенями свободы? Запишите выражения для математического ожидания и дисперсии распределения χ^2 . Дайте понятие p -квантили случайной величины X . Как обозначается p -квантиль χ^2 -распределения?

55. Дайте понятие p -квантили случайной величины X . Что называют распределением Стьюдента (t -распределением Стьюдента) с n степенями свободы? Приведите выражения для математического ожидания и дисперсии распределения Стьюдента. Как обозначается p -квантиль t -распределения? Как связаны плотности вероятностей распределения Стьюдента и нормального распределения?

56. Что называют распределением Стьюдента (t -распределением Стьюдента) с n степенями свободы? Как обозначается p -квантиль t -распределения? Запишите доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при неизвестной дисперсии?

57. Что называют χ^2 -распределением (распределением Пирсона) с n степенями свободы? Как обозначается p -квантиль χ^2 -распределения? Запишите доверительный интервал для дисперсии нормально распределённой генеральной совокупности?

58. Дайте определение статистической гипотезы. Что называют: нулевой (основной) гипотезой; альтернативной гипотезой? Какая гипотеза называется: простой; сложной? Приведите примеры. Что называют статистической проверкой нулевой гипотезы? Какие ошибки можно допустить, принимая или отвергая нулевую гипотезу? Что называют: критерием K ; статистикой Z критерия K ? Что обычно выбирают в качестве статистики критерия при проверке нулевой гипотезы? На чём основывается статистическая проверка гипотез? Что называют: критерием значимости; критической областью; областью принятия гипотезы; критическими точками? Как определяют критическую область статистики? Какой вид может иметь альтернативная гипотеза и соответствующая ей критическая область? Как определяют граничные точки критических областей?

59. Приведите схему статистической проверки гипотезы. Как следует интерпретировать результаты проверки статистической гипотезы? Как проверяется гипотеза о значении математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при известной дисперсии.

60. Приведите схему статистической проверки гипотезы. Как следует интерпретировать результаты проверки статистической гипотезы? Как проверяется гипотеза о значении математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при неизвестной дисперсии.

61. Приведите схему статистической проверки гипотезы. Как следует интерпретировать результаты проверки статистической гипотезы? Как проверяется гипотеза о дисперсии нормально распределённой генеральной совокупности при неизвестном математическом ожидании.

62. Что называют критерием согласия? Какие критерии согласия вам известны? В чём преимущество критерия согласия χ^2 (Пирсона)? Приведите схему проверки нулевой гипотезы при помощи критерия согласия Пирсона.

63. Что называют многомерной выборкой? В чём заключается смысл обработки многомерной выборки? Как могут быть связаны две случайные величины? Какую зависимость между случайными величинами называют: статистической (стохастической); корреляционной? Что называют регрессией? Как определяется зависимость между случайными величинами при регрессионной связи? Приведите пример регрессионной связи. На чём основано изучение регрессии? Как определяется регрессия величины Y на X (X на Y)? Что называют: функциями регрессии; уравнениями регрессии; линиями регрессии? Каким свойством обладают линии регрессии? Для чего используют это свойство? В чём заключается задача регрессионного анализа?

64. Что называют регрессией? Что называют регрессионной прямой Y на X (X на Y)? Изложите способ определения уравнения прямой регрессии методом наименьших квадратов.

65. Что называют регрессией? Что называют регрессионной прямой Y на X (X на Y)? Что называют корреляционной таблицей? Когда она применяется? Как она выглядит? Как строится регрессионная прямая по корреляционной таблице?

66. Что называют регрессией? Что называют регрессионной прямой Y на X (X на Y)? Изложите метод определения уравнения регрессионной прямой с помощью коэффициента линейной корреляции. В каком случае используют нелинейную функцию для определения регрессионной связи между случайными величинами?

Тестовые задания по дисциплине

Определитель и его свойства

1. Общее количество миноров квадратной матрицы 3-го порядка равно
2. Максимальный ранг матрицы размером 3 строки на 5 столбцов может равняться
3. Определитель 2-го порядка заполняется числами 3 и -3 произвольным способом. Максимальное значение такого определителя
4. Определитель сменит знак, если
5. Определитель равен нулю, если
6. Определитель равен нулю, если
7. Можно выносить за знак определителя
8. Определитель не изменится, если к элементам какой-то строки прибавить элементы...
9. Сумма произведений элементов какой-то строки на алгебраические дополнения элементов...
10. Определитель 2-го порядка вычисляется как ...
11. Определитель, полученный из исходного вычеркиванием i -ой строки и j -го столбца, называется ... элемента a_{ij} определителя.
12. Произведение минора элемента a_{ij} определителя на число $(-1)^{i+j}$ называется ... элемента a_{ij} .

Матрицы

1. Квадратная матрица называется диагональной, если...
2. Диагональная матрица называется единичной, если...
3. Матрица называется нулевой, если ...
4. Две матрицы ... размерности равны, если ... их соответствующие элементы.

5. Перемножать можно такие матрицы, у которых число столбцов первой матрицы равно числу ... второй матрицы.
6. Размерность матрицы произведения определяется числом строк первой матрицы и числом ... второй матрицы.
7. Матрица называется присоединённой по отношению к исходной матрице A , если она составлена из алгебраических дополнений ... матрицы.
8. Квадратная матрица называется ..., если все элементы, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю.
9. Если каждую строку матрицы заменить соответствующим столбцом той же матрицы, то получается ... матрица.
10. Две матрицы A и B называются ..., если одна из них получается из другой с помощью элементарных преобразований.
11. Квадратная матрица называется ..., если ее определитель равен нулю.
12. Справедливо утверждение: всякая ... матрица имеет обратную.
13. Наибольший из порядков миноров матрицы, отличных от нуля, называется ... матрицы.
14. Система линейных уравнений называется ..., если имеет хотя бы одно решение.
15. Система линейных уравнений называется ..., если имеет единственное решение.

Решение систем линейных алгебраических уравнений

1. Основной определитель системы уравнений состоит из коэффициентов перед ...
2. Система уравнений не имеет решения, если ...
3. Система уравнений является ..., если ранги основной и расширенной матриц системы равны.
4. Система имеет единственное решение, если ранги основной и расширенной матриц системы...
5. Система имеет бесчисленное множество решений, если ранги основной и расширенной матриц системы...
6. Решение СЛАУ методом Крамера осуществляется по формулам...
7. Решение СЛАУ матричным способом ищется по формуле...
8. Однородная система всегда совместна, т.к. имеет ... решение.

Комплексные числа: формы записи, действия с комплексными числами

1. Значение $(1 - i)^3$ равно...
2. Значение $(1 + i)^3$ равно...
3. Значение $(1 - i)^5$ равно...
4. Значение $(1 + i)^5$ равно...
5. Среди корней уравнения $z^3 + 1 = 0$ имеется комплексное число...
6. Среди корней уравнения $z^3 - 1 = 0$ имеется комплексное число...
7. Среди корней уравнения $z^2 - z + 1 = 0$ имеется комплексное число...
8. Среди корней уравнения $z^2 + z + 1 = 0$ имеется комплексное число...
9. Среди корней уравнения $z^4 - z = 0$ имеется комплексное число...
10. Найти значение y , удовлетворяющее уравнению $(1 + i)x + 2iy = 4 + 3i$.
11. Найти значение y , удовлетворяющее уравнению $(2 + i)x + iy = 3 + 4i$.
13. Найти значение y , удовлетворяющее уравнению $(3 + i)x + 2iy = 6 + 12i$.
14. Найти значение y , удовлетворяющее уравнению $(2 + i)x + iy = 8 + 4i$.
15. Среди корней уравнения $z^2 - 2z + 2 = 0$ имеется комплексное число...

16. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + i$ и $z_2 = 4 - 4i$. Тогда $z_1 \cdot z_2$ равно...
17. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 4 - 4i$. Тогда $2z_1 + z_2$ равно...
18. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 5 + i$. Тогда $z_1 \cdot z_2$ равно...
19. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 2i$ и $z_2 = 1 - i$. Тогда $\frac{z_1}{z_2}$ равно...
20. Даны комплексные числа $z_1 = 4 + 2i$ и $z_2 = 1 + i$. Тогда $\frac{z_1}{z_2}$ равно...
21. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 4 - 4i$. Тогда $3z_1 - 2z_2$ равно...
22. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 4 - 3i$. Тогда $z_1 \cdot z_2$ равно...
23. Даны комплексные числа $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Тогда $z_1 \cdot z_2$ равно...
24. Даны комплексные числа $z_1 = 1 + 2i$ и $z_2 = 2 + i$. Тогда $\frac{z_1}{z_2}$ равно...
25. Даны комплексные числа $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = 1 + 2i$. Тогда $\frac{z_1}{z_2}$ равно...
26. Комплексное число $z = -1 + i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме имеет вид...
27. Комплексное число $z = -1 + i\sqrt{3}$ в показательной форме имеет вид...
28. Комплексное число $z = -\sqrt{3} + i$ в тригонометрической форме имеет вид...
29. Комплексное число $z = -\sqrt{3} + i$ в показательной форме имеет вид...
30. Комплексное число $z = -1 + i$ в тригонометрической форме имеет вид...
31. Комплексное число $z = -1 + i$ в показательной форме имеет вид...
32. Комплексное число $z = 3 + 4i$ в тригонометрической форме имеет вид...
33. Комплексное число $z = 3 + 4i$ в показательной форме имеет вид...
34. Комплексное число $z = 4 + 3i$ в тригонометрической форме имеет вид...
35. Комплексное число $z = 4 + 3i$ в показательной форме имеет вид...

Комплексные числа: основные определения

1. Два комплексных числа $z_1 = x + iy$ и $z_2 = x - iy$ называют...
2. Выражение $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ называют ... формой записи комплексного числа.
3. Выражение $z = re^{i\varphi}$ называют ... формой записи комплексного числа.
4. Выражение $\sqrt{x^2 + y^2}$ называется ... комплексного числа $z = x + iy$.
5. Выражение $\arctg \frac{y}{x}$ называется ... комплексного числа $z = x + iy$.
6. Формула для вычисления n -ой степени комплексного числа носит название формулы...
7. При делении комплексных чисел их аргументы...
8. При умножении комплексных чисел их аргументы...
9. Для комплексного числа $z = x + iy$ переменная y называется ... частью этого числа.
10. Для комплексного числа $z = x + iy$ переменная x называется ... частью этого числа.

Введение в математический анализ

1. Произведение двух четных функций является функцией.
2. Основная элементарная функция $f(x) = \dots$ является чётной и ограниченной.

3. Основная элементарная функция $f(x) = \dots$ является нечётной и ограниченной.
4. Произведение чётной функции на нечётную функцию является \dots функцией.
5. Произведение двух нечетных функций является \dots функцией.
7. Для функции $f(x) = \ln(x+1)$ интервал $x \in (-1, \infty)$ является областью \dots функции.
8. Для функции $f(x) = \sin(2x+1)$ отрезок $x \in [-1; 1]$ является областью \dots функции.
9. Если функция непрерывна на отрезке и на концах этого отрезка принимает различные по знаку значения, то внутри отрезка найдётся хотя бы одна точка, в которой функция равна \dots

Элементы теории поля

Пример 1. Представить поток вектора $\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ через часть плоскости $\sigma: 2x + y - z + 3 = 0$ в виде поверхностного интеграла.

Пример 2. Представить поток вектора $\vec{F} = 2x\vec{i} - 3y\vec{j} + 4xy\vec{k}$ через часть плоскости $\sigma: 4x - 3y + z + 1 = 0$ в виде поверхностного интеграла.

Пример 3. Найти ротор векторного поля: $\vec{F} = x^2yz\vec{i} + xy^2z\vec{j} + xyz^2\vec{k}$.

Пример 4. Найти ротор векторного поля: $\vec{F} = (yz^4; y^3z; xz^2)$.

Пример 5. Найти ротор векторного поля: $\vec{F} = 2I \left(\frac{-y\vec{i} + x\vec{j}}{x^2 + y^2} \right)$, где I - сила тока.

Пример 6. Найти дивергенцию векторного поля: $\vec{F} = x^2y\vec{i} + y^2z\vec{j} + xz^2\vec{k}$.

Пример 7. Найти дивергенцию векторного поля: $\vec{F} = x \sin^2 y\vec{i} + z\vec{j} + z \cos^2 y\vec{k}$.

Пример 8. Найти вектор-градиент скалярной функции $U = x^2 + xy + y^2$ в точке $M(1; 2)$.

Пример 9. Найти вектор-градиент скалярной функции $U = e^{x+2y+3z}$ в точке $M(0; 0; 0)$.

Пример 10. Найти производную скалярного поля $U = x^2y^2 + x^3y^3$ по направлению вектора $\vec{F} \left(\cos \frac{\pi}{4}, \cos \frac{\pi}{4} \right)$ в точке $M(-1; 1)$.

Пример 11. Найти производную скалярного поля $U = x + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}z^3$ по направлению вектора $\vec{F}(1, 2, 3)$ в точке $P(3; 2; 1)$.

Теория функций комплексной переменной (теория)

1. Если функция $f(z)$ аналитична в замкнутой односвязной области \bar{D} и Γ - ее граница, то для любой внутренней точки $z_0 \in D$ имеет место ...

2. При выполнении условий Коши-Римана для функции $w = u(x, y) + iv(x, y)$ в точке $x + iy$ ее производную можно вычислить по формуле...

3. Для функции $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ вычисление интеграла $\int_I f(z) dz$ можно свести к вычислению криволинейных интегралов от действительных функций по формуле...

4. Всякая аналитическая в кольце $r < |z - z_0| < R$ функция $f(z)$ разлагается в этом кольце в ряд Лорана по формуле...

5. Для вычисления вычета функции $f(z)$ в существенно особой точке $z = a$ необходимо найти следующий коэффициент в лорановском разложении функции $f(z)$ в окрестности этой точки...

6. Если функция $f(z)$ является аналитической в замкнутой области \bar{D} , ограниченной контуром Γ , за исключением конечного числа изолированных особых точек $z_k \in D$, где $k = \overline{1, n}$, то интеграл $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ вычисляется по формуле...

7. Пусть функция $w = f(z)$ определена в окрестности точки z_0 . Тогда предел $\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z}$, если он существует, называется ... функции $f(z)$ в точке z_0 .

8. Однозначная функция комплексного переменного $f(z)$ называется... в точке z , если она дифференцируема в этой точке и некоторой ее окрестности.

9. Справедливо утверждение: если функция комплексного переменного $f(z)$... в односвязной области D , ограниченной контуром Γ , то выполняется равенство $\oint_{\Gamma} f(z) dz = 0$.

10. Точка z , в которой функция $f(z)$ не является аналитической, называется ... точкой функции $f(z)$.

11. Если разложение функции $f(z)$ в ряд Лорана в окрестности особой точки z_0 содержит конечное число членов с отрицательными показателями, то z_0 называется ... функции $f(z)$.

12. Если разложение функции $f(z)$ в ряд Лорана в окрестности особой точки z_0 не содержит членов с отрицательными показателями, то z_0 называется ... особой точкой.

13. Если разложение функции $f(z)$ в ряд Лорана в окрестности особой точки z_0 содержит бесконечное множество членов с отрицательными показателями, то точка z_0 называется ... особой точкой.

14. Особая точка функции $f(z)$ называется, если в некоторой окрестности этой точки функция $f(z)$ не имеет других особых точек.

15. Вычет функции $f(z) = \frac{\varphi(z)}{\psi(z)}$ в полюсе $z = a$ первого порядка, где $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ - аналитические в точке $z = a$ функции, вычисляется по формуле

16. Вычет функции $f(z)$ в полюсе $z = a$ порядка k вычисляется по формуле

Теория функций комплексной переменной (практика)

1. Вычислить значение функции $f(z) = z^2 - 1$ в точке $z_0 = 1 + i$.

2. Вычислить значение функции $f(z) = \operatorname{Re}(z^2 + 1)$ в точке $z_0 = 1 + i$.

3. Вычислить значение функции $f(z) = \operatorname{Im}(z^2 - i)$ в точке $z_0 = 1 + i$.

4. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{z-1}{|z|}$ в точке $z_0 = 1 + i$.

5. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{\bar{z}+1}{|z|}$ в точке $z_0 = 3 + 4i$.

6. Вычислить значение функции $f(z) = e^{2z}$ в точке $z_0 = 1 + \pi i$.

7. Вычислить значение функции $f(z) = e^{z-1}$ в точке $z_0 = 1 + \frac{\pi}{2}i$.

8. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{z^3}{(z-2)^2}$ в точке $z_0 = 2$.

9. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2(z+1)}$ в точке $z_0 = 1$.

10. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2(z-2)^2}$ в точке $z_0 = 1$.

11. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{z+1}{(z+2)^2}$ в точке $z_0 = -2$.

Криволинейные интегралы

1. Проверить условие независимости от пути интегрирования:

$$\int_L (-x - 11y + 2y^2) dx + (4xy - 13y - 11x) dy.$$

2. Проверить условие независимости от пути интегрирования:

$$\int_L (xy^2 + y^3) dx + (x^2y + 3xy^2) dy.$$

Примечание: тестовые задания по этим и остальным темам приведены в базе данных тест-конструктора, с которой студент может свободно познакомиться при пробном тестировании.

Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине Б.1.1.5 «Математика» включает учёт успешности выполнения практических работ, самостоятельной работы, расчётно-графической работы и сдачи зачёта (1 семестр) или экзамена (2, 3 семестры).

Практические работы считаются успешно выполненными в случае предоставления в конце занятия отчёта, включающего тему работы, ход решения практических заданий и защите практического занятия – ответе на вопросы по теме работы. Шкала оценивания – «зачтено / не зачтено». «Зачтено» за практическую работу ставится в случае, если она полностью правильно выполнена, при этом обучающимся показано свободное владение материалом по дисциплине. «Не зачтено» ставится в случае, если работа решена неправильно, тогда она возвращается студенту на доработку и затем вновь сдаётся на проверку преподавателю.

Самостоятельная работа считается успешно выполненной в случае предоставления письменного отчёта по каждой теме. Темы соответствуют пункту 9 рабочей программы. Отчёт должен включать в себя тему работы, ход решения практических заданий и защиту – ответ на вопросы по теме работы. Шкала оценивания – «зачтено / не зачтено». «Зачтено» за каждую тему самостоятельной работы ставится в случае, если она полностью правильно выполнена, при этом обучающимся показано свободное владение материалом по дисциплине. «Не зачтено» ставится в случае, если работа решена неправильно, тогда она возвращается студенту на доработку и затем вновь сдаётся на проверку преподавателю.

13.2. В конце 1 семестра студенты сдают зачёт по дисциплине Б.1.1.5 «Математика».

К зачёту по дисциплине обучающиеся допускаются при:

– предоставлении всех отчётов по всем практическим занятиям и защите всех практических занятий;

– сдачи всех отчётов по всем темам самостоятельной работы и их защите;

– активном участии при проведении коллоквиумов.

Зачёт сдаётся устно, по билетам, в которых представлено 2 вопроса из перечня «Вопросы для зачёта». Оценивание проводится по принципу «зачтено» / «не зачтено».

«Зачтено» ставится при:

– правильном, полном и логично построенном ответе;

- умении оперировать специальными терминами;
- использовании в ответе дополнительного материала;
- умении решать практические задачи,

но в ответе могут иметься:

- негрубые ошибки или неточности;
- затруднения в использовании практического материала;
- не вполне законченные выводы или обобщения.

«Не зачтено» ставится при:

- схематичном неполном ответе;
- неумении оперировать специальными терминами или их незнании.

13.3. В конце 2, 3 семестров студенты сдают экзамен по дисциплине Б.1.1.5 «Математика».

К экзамену по дисциплине обучающиеся допускаются при:

- предоставлении всех отчётов по всем практическим работам и защите всех занятий;
- сдачи всех отчётов по всем темам самостоятельной работы и их защите;
- сдачи всех отчётов по всем темам расчётно-графической работы и их защите;
- активном участии при проведении коллоквиумов.

Экзамен сдаётся в виде теста, который формируется из вопросов, входящих в базу данных тест-конструктора АСТ. Тест содержит 20 вопросов по всем темам, изучаемым в течение семестра. На выполнение теста обучающемуся даётся 40 минут. Оценивание результатов выполнения теста проводится по 5-балльной шкале. Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится при правильном ответе на 0 – 7 вопросов (0% – 35%); оценка «3» (удовлетворительно) – при правильном ответе на 8 – 13 вопросов (40% – 65%); оценка «4» (хорошо) – при правильном ответе на 14 – 18 вопросов (70% – 90%) и оценка «5» (отлично) – при правильном ответе на 19 – 20 вопросов (95% – 100%).

При получении студентом по результатам теста положительных оценок «3» (удовлетворительно) и «4» (хорошо), он имеет право попытаться повысить оценку. Повышение оценки происходит устно, по билетам, в которых представлено 2 вопроса из перечня «Вопросы для экзамена». Окончательное оценивание проводится по 5-балльной шкале.

Оценка «5» (*отлично*) ставится при:

- правильном, полном и логично построенном ответе;
- умении оперировать специальными терминами;
- использовании в ответе дополнительного материала;
- иллюстрировании теоретических положений практического материала.

Оценка «4» (*хорошо*) на экзамене ставится при:

- правильном, полном и логично построенном ответе;
- умении оперировать специальными терминами;
- использовании в ответе дополнительного материала;
- иллюстрировании теоретических положений практического материала;

но в ответе:

- имеются негрубые ошибки или неточности;
- возможны затруднения в использовании практического материала;
- делаются не вполне законченные выводы или обобщения.

Оценка «3» (*удовлетворительно*) ставится при:

- схематичном неполном ответе;
- неумении оперировать специальными терминами или их незнании;
- ответе с одной грубой ошибкой;
- неумении приводить примеры практического использования научных знаний.

Оценка «2» (*неудовлетворительно*) ставится при:

- схематичном ответе;
- неумении оперировать специальными терминами или их незнании;
- ответе с двумя грубыми ошибками;
- неумении приводить примеры практического использования научных знаний.

14. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины Б.1.1.5 «Математика» используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и активные методы обучения (с использованием компьютерных технологий при выполнении текущих и индивидуальных заданий, в процессе тестирования).

При проведении лекционных занятий по дисциплине преподаватель использует аудиовизуальные, компьютерные и мультимедийные средства обучения.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет не менее 20%.

Тема занятия	Вид занятия	Интерактивная форма
1 семестр (14 часов)		
Определители второго и третьего порядков. Определители n -го порядка	лекция	дискуссия
Прямая линия на плоскости	практическое	мастер-класс
Исследование поверхностей второго порядка методом сечений	практическое	метод проектов
Исследование функций на непрерывность	практическое	мастер-класс
Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков	лекция	метод проектов
Применение правила Лопиталя – Бернулли для раскрытия неопределённостей	практическое	мастер-класс
Предел и непрерывность функций многих переменных	лекция	дискуссия
2 семестр (16 часов)		
Дифференциальные уравнения первого порядка	лекция	метод проектов
Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами	практическое	мастер-класс
Ряды Тейлора и их применение	лекция	дискуссия
Разложение 2π -периодической функции в тригонометрический ряд Фурье	практическое	метод проектов
Двойные интегралы. Замена переменных в двойном интеграле	лекция	метод проектов
Вычисление тройных интегралов. Замена переменных в тройном интеграле	практическое	мастер-класс
Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Формулы Остроградского и Стокса	лекция	дискуссия
Поток векторного поля через поверхность	практическое	метод проектов
3 семестр (16 часов)		
Ряды в комплексной области. Нули и изолированные особые точки аналитических функций	лекция	метод проектов
Нахождение изображений функций по оригиналам. Восстановление оригинала по изображению	практическое	мастер-класс
Основные законы и формулы комбинаторики	лекция	дискуссия
Условная вероятность. Последовательность независимых испытаний	лекция	метод проектов
Скалярные случайные величины	практическое	мастер-класс
Числовые характеристики скалярных случайных величин	практическое	метод проектов
Первичная обработка выборок. Статистические оценки пара-	лекция	дискуссия

метров распределения		
Статистическая проверка гипотез	практическое	мастер-класс

15. Перечень учебно-методического обеспечения для обучающихся по дисциплине

1. Обязательные издания

1. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, (2010, 2007, 2006). – 479 с.
Экземпляры всего: 101.
2. *Письменный Д.Т.* Конспект лекций по высшей математике: в 2 ч. / Д.Т. Письменный. – 12-е изд. – М.: Айрис-Пресс, 2013. – Ч. 1. – 288 с.
Экземпляры всего: 177.
3. *Письменный Д.Т.* Конспект лекций по высшей математике: в 2 ч. / Д.Т. Письменный. – 9-е изд. – М.: Айрис-Пресс, 2013. – Ч. 2. – 256 с.
Экземпляры всего: 166.
4. *Тер-Крикоров А.М.* Курс математического анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. – 5-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 672 с. –
Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307968.html>.
5. *Шипачев В.С.* Высшая математика. Базовый курс [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.С. Шипачев; под ред. А.Н. Тихонова. – 8-е изд., перераб. и доп. – Электрон. текстовые дан. – М.: Юрайт: ИД Юрайт, 2011. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Pentium II, 128 Мб ОЗУ, Windows 98/2000/ME/XP/Vista/7, CD/DVD ROM, Adobe Acrobat Reader. – Загл. с титул. экрана – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/Ld_134.pdf.

2. Дополнительные издания

6. *Бочкарев А.В.* Кратные интегралы [Электронный ресурс]: учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студ. всех спец. / А.В. Бочкарев, В.В. Гуров; Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Саратовский гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю.А.", Каф. "Прикладная математика и системный анализ". – Электрон. текстовые дан. – Саратов: СГТУ, 2013. – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/0_13.pdf.
7. *Бочкарев А.В.* Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студентов всех спец. / А.В. Бочкарев, В.В. Гуров; Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Саратовский гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю. А." – Электрон. текстовые дан. – Саратов: СГТУ, 2014. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Режим доступа: <http://lib.sstu.ru/books/0321402280.pdf>.
8. *Гмурман В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, (2011, 2008, 2007, 2006). – 404 с.
Экземпляры всего: 149.
9. *Гуров В.В.* Методы интегрирования. Неопределенный и определенный интеграл [Электронный ресурс]: учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студ. всех спец. / В.В. Гуров; Саратовский гос. техн. ун-т. – Электрон. текстовые дан. – Саратов: СГТУ, 2015. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Windows 98, 2000; XP; Vista; CD-ROM; Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.sstu.ru/books/0321502267.pdf>.
10. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 ч.: учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко [и др.]. – 7-е изд., испр. – М.: Оникс: Мир и Образование, (2009, 2008, 2007, 2005). – Ч. 2. – 448 с.
Экземпляры всего: 10.
11. *Клетеник Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие / Д.В. Клетеник; под ред. Н.В. Ефимова. – 17-е изд. – СПб., Изд-во "Профессия", 2007. – 200 с.

Экземпляры всего: 194.

12. [Московский И.Г.](#) Функции многих переменных [Электронный ресурс]: учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студ. всех спец. / И.Г. Московский; Саратовский гос. техн. ун-т. – Электрон. текстовые дан. – Саратов: СГТУ, 2014. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Windows 98, 2000; XP; Vista; CD-ROM; Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.sstu.ru/books/0321402630.pdf>.
13. *Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами. 1 курс* / К.Н. Лунгу [и др.]. – 9-е изд. – М.: Айрис пресс, (2011, 2010, 2009, 2008, 2007, 2006). – 576 с. Экземпляры всего: 46.
14. *Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами. 2 курс* / К.Н. Лунгу [и др.]. – 7-е изд. – М.: Айрис пресс, (2011, 2009, 2007, 2006). – 592 с. Экземпляры всего: 26.
15. [Федорова О.С.](#) Основные элементы комбинаторики [Электронный ресурс]: учеб. пособие по дисциплинам "Высшая математика" и "Теория вероятностей и математическая статистика" для студентов всех направлений / О.С. Федорова; Саратовский гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю.А. – Электрон. текстовые дан. – Саратов: ИЦ "Наука", 2015. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Режим доступа: http://lib.sstu.ru/books/cd_931_2.pdf.

3. Периодические издания

16. Журнал вычислительной математики и математической физики: РАН. – М.: Наука. – (1990 – 2015). – №1 – 12. – ISSN0044-4669.
17. Известия вузов. Математика: науч.-теорет. журн. – Казань: Казанский гос. ун-т им. В.И. Ульянова-Ленина. – (1990 – 2015). – №1 – 12. – ISSN0021-3446.
18. Прикладная математика и механика: РАН. – М.: Наука. – (1990 – 2015). – №1 – 6. – ISSN0032-8235.

4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

19. [Бочкарев А.В.](#) Дифференциальные уравнения: Методические указания к выполнению лабораторных работ по математике в среде Mathcad для студ. техн. спец. / А.В. Бочкарев; Саратовский гос. техн. ун-т. – Саратов: СГТУ, 2003. – Ч. 1. – 2003. – 19 с. – Фонд кафедры ПМиСА СГТУ. Экземпляры всего: 10.
20. [Бочкарев А.В.](#) Матрицы и определители: Методические указания к выполнению лабораторных работ по математике в среде Mathcad для студ. техн. спец. / Сост. А.В. Бочкарев, Т.А. Бочкарева; Саратов. гос. техн. ун-т. – Саратов: СГТУ, 2003. – 30 с. – Фонд кафедры ПМиСА СГТУ. Экземпляры всего: 10.
21. [Бочкарев А.В.](#) Пределы и производные: Методические указания к выполнению лабораторных работ по математике в среде Mathcad для студ. техн. спец. / Сост. А.В. Бочкарев, В.В. Бочкарев; Саратов. гос. техн. ун-т. – Саратов: СГТУ, 2003. – 31 с. – Фонд кафедры ПМиСА СГТУ. Экземпляры всего: 10.

5. Интернет-ресурсы

22. <http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук.
23. <http://elibrary.ru> – научная электронная библиотека.
24. <http://lib.mexmat.ru> – электронная библиотека механико-математического факультета МГУ.
25. <http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.

6. Источники ИОС

Весь лекционный материал размещён в электронной форме в ИОС направления ББИСТ интернет-ресурсов СГТУ имени Гагарина Ю.А.

26. <https://portal3.sstu.ru/Facult/FTF/FMBI/bmvtm220301/mvtm115/default.aspx> – лекционный материал за 1 семестр.
27. <https://portal3.sstu.ru/Facult/FTF/FMBI/bmvtm220301/mvtm115-1/default.aspx> – лекционный материал за 2 семестр.

28. <https://portal3.sstu.ru/Facult/FTF/FMBI/bmvtm220301/mvmtm115-2/default.aspx> – лекционный материал за 3 семестр.

16. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима лекционная аудитория общей площадью не менее 105 кв.м., оснащённая интерактивной доской, ноутбуком и проектором.

Для практических занятий необходима учебная аудитория общей площадью не менее 40 кв.м., оснащённая меловой или маркерной доской, интерактивной доской, ноутбуком, проектором и имеющая доступ к проводному Интернету либо к *Wi-fi*.

Для выполнения самостоятельной работы обучающиеся могут воспользоваться аудиторией учебно-научной лаборатории каф. ПМиСА, оснащённой 20 компьютерами, интерактивной доской и мультимедийным проектором, а также Электронно-библиотечной системой вуза.

Для оформления презентаций к коллоквиуму обучающимся необходимы пакеты программ Microsoft Office (Excel, Word, Power Point, Adobe Reader), Internet Explorer, или других аналогичных. На некоторых практических занятиях необходимо использовать пакеты прикладных программ MathCad, MatLab.